

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE SINALOA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN FÍSICA



**“DISEÑO DE SISTEMA DE MEDICIÓN PARA
CARACTERIZACIÓN DE CAVIDADES DE
RADIOFRECUENCIA”**

TESIS

**QUE COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN FÍSICA**

PRESENTA:

LIC. JESÚS EDGARDO LEYVA CERVANTES

DIRECTORES DE TESIS:

DR. CRISTHIAN ALFONSO VALERIO LIZÁRRAGA

DR. CARLOS DUARTE GALVÁN

13 de abril de 2026



Universidad Autónoma de Sinaloa

Dirección General de Bibliotecas

Repositorio Institucional Buelna

Restricciones de uso



Todo el material contenido en la presente tesis está protegido por la Ley Federal de Derechos de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

Queda prohibido la reproducción parcial o total de esta tesis. El uso de imágenes, tablas, gráficas, texto y demás material que sea objeto de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente correctamente mencionando al o los autores del presente estudio empírico. Cualquier uso distinto, como el lucro, reproducción, edición o modificación sin autorización expresa de quienes gozan de la propiedad intelectual, será perseguido y sancionado por el Instituto Nacional de Derechos de Autor.

Esta obra está bajo una Licencia [Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)



DIRECCIÓN GENERAL DE BIBLIOTECAS



Dirección General de Bibliotecas
Ciudad Universitaria
Av. de las Américas y Blvd.
Universitarios
C.P. 80010 Culiacán Sin. Méx.
Tel (667) 713 78 32 y
(667) 712 50 57
dgbuas@uas.edu.mx

Resumen

En este trabajo de tesis se presenta el desarrollo e implementación de un sistema de medición para cavidades de radiofrecuencia. Dicho sistema se basa en la técnica de medición denominada *bead-pull*, la cual nos permite obtener el perfil del campo eléctrico longitudinal en el centro de las cavidades.

El trabajo se divide en dos partes principales. La primera corresponde al estudio teórico, diseño y simulaciones electromagnéticas de una cavidad con acoplamiento lateral (*side-coupled*) compuesta por 7 celdas principales y 6 celdas de acoplamiento, diseñada para operar a una frecuencia de 2.998 GHz, con el objetivo que acelerar un haz de electrones hasta 10 MeV. Para su análisis se parte de los fundamentos del electromagnetismo como son las ecuaciones de Maxwell, con el fin de establecer los parámetros geométricos iniciales de diseño. Estos parámetros se implementan en un modelo tridimensional con simetría cilíndrica y se estudia su comportamiento resonante mediante *COMSOL Multiphysics* [1] y el módulo RF [2], herramientas que permiten analizar fenómenos como la propagación de ondas electromagnéticas, el acoplamiento entre celdas y la respuesta resonante de estructuras de alta frecuencia.

En esta cavidad se realiza un estudio exhaustivo de las frecuencias de resonancia, la estabilidad frente a variaciones geométricas, la *shunt impedance*, las tolerancias de manufactura y el aislamiento del modo $\pi/2$. Se examina además la distribución del campo eléctrico sobre el eje ($r = 0$), con el propósito de evaluar la capacidad aceleradora y optimizar el desempeño de la estructura. Aunque el proceso de optimización global quedó a pocos pasos de completarse, los análisis realizados permiten establecer criterios claros para futuras mejoras y una comprensión profunda del comportamiento de la cavidad.

La segunda parte del trabajo se enfoca en la caracterización experimental mediante la técnica *bead-pull* [3]. En este caso, las mediciones se realizaron sobre dos cavidades previamente fabricadas: una cavidad tipo *pillbox*, diseñada para 2.998 GHz, y una cavidad con acoplamiento lateral diseñada para 4.47 GHz. La técnica *bead-pull* consiste en introducir una pequeña cuenta conductora que perturba localmente el campo resonante y provoca desplazamientos

en la frecuencia de resonancia. A partir de estas variaciones es posible reconstruir el perfil del campo eléctrico para compararlo con simulaciones numéricas y evaluar la fidelidad entre modelo y experimento.

Como se observa, el trabajo transita desde el diseño teórico de cavidades RF basado en las leyes fundamentales del electromagnetismo, pasando por simulaciones numéricas avanzadas, hasta la implementación de un sistema de medición experimental que permite validar la física de campos dentro de cavidades reales.

Este proyecto forma parte del esfuerzo nacional para consolidar en México una infraestructura sólida para el diseño, construcción y caracterización de cavidades RF empleadas en aceleradores de partículas. Dichas tecnologías resultan fundamentales para aplicaciones científicas, médicas (como la radioterapia) y diversas industrias, incluida la alimentaria [4, 5, 6, 7]. Con esta tesis se busca contribuir a ese desarrollo, apostando a que el fortalecimiento de la física de aceleradores impulse el avance tecnológico y científico del país.

Dedicatoria

Este trabajo se lo dedico a mi madre y mi padre, por su apoyo incondicional, por su amor y sus enseñanzas y por siempre creer en mí.

Agradecimientos

A la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación por otorgarme la beca (No. CVU: 1318107) para mis estudios de maestría.

A mis directores de tesis, el Dr. Carlos Duarte, cuya asesoría fue fundamental para el desarrollo de este trabajo, y el Dr. Cristhian Valerio, quien ha sido mi mentor durante 7 años y cuya enseñanza ha sido clave en mi desarrollo académico; hago mención especial a la paciencia y dedicación que siempre ha tenido hacia mí.

Al Dr. Ricardo Montoya, mi paisano, quien a pesar de no haber sido nunca mi asesor, tutor o supervisor formalmente, ha tomado un rol activo en mi formación académica desde finales de la licenciatura hasta la conclusión de esta tesis, de la cual fue revisor.

A mis compañeros de generación, con quienes pasé largas horas resolviendo tareas, terminando reportes de laboratorio o estudiando para exámenes, pero también conviviendo dentro y fuera de la escuela, contando anécdotas, comiendo juntos o simplemente hablando de cualquier tema.

A mis profesores, quienes siempre estuvieron comprometidos con nuestro aprendizaje y buscaron la mejor forma de transmitir su conocimiento.

Al grupo de los jueves, donde siempre encontré buenos amigos que nunca dudaron en brindarme su apoyo y con quienes pasé momentos que nunca olvidaré.

A mi psicóloga, en quien siempre encontré la mejor guía para seguir adelante. Hoy puedo afirmar que soy una mejor persona en todos los aspectos de mi vida, en gran parte, gracias a ella.

A mis padres, sin quienes no sería lo que hoy soy, y por y para quienes me esfuerzo todos los días.

“De la misma manera, el hombre puede lograr que todo obstáculo le sea materia de virtud y es capaz de servirse de él.”

— Marco Aurelio, Meditaciones

Índice general

Resumen	3
Dedicatoria	4
Agradecimientos	5
1. Introducción	10
1.1. Breve repaso histórico	10
1.2. Aceleradores lineales	16
1.2.1. Aplicaciones de los aceleradores de partículas	20
1.3. Cavidades de radiofrecuencia	21
1.4. Mediciones <i>bead-pull</i>	22
1.5. Objetivos	23
1.5.1. Objetivo general	23
1.5.2. Objetivos específicos	23
1.6. Metodología general	23
2. Marco teórico	25
2.1. Fundamentos del electromagnetismo aplicado a cavidades RF	26
2.1.1. Ecuaciones de Maxwell en el dominio frecuencial	26
2.1.2. Condiciones de frontera en cavidades metálicas	27
2.1.3. Modos electromagnéticos en cavidades resonantes	28
2.1.4. Energía almacenada y resonancia	29
2.2. Cavidad cilíndrica tipo <i>pillbox</i>	29
2.3. Cavidades multicelda y modo $\pi/2$	34
2.3.1. Modelo de osciladores acoplados	34
2.3.2. Modos de oscilación y relaciones de fase en estructuras multicelda . .	35

2.3.3.	Cavidades con acoplamiento lateral y su operación en el modo $\pi/2$	37
2.4.	Parámetros electromagnéticos de cavidades resonantes	39
2.4.1.	Energía almacenada y factor de calidad	39
2.4.2.	Impedancia y eficiencia aceleradora	40
2.4.3.	Gradiente acelerador y factores de pico	40
2.5.	Parámetros S	41
2.6.	Fundamento de la técnica <i>bead-pull</i>	43
3.	Diseño y simulación de la cavidad	49
3.1.	Estudio del mallado	50
3.1.1.	Resultados del estudio de mallado	51
3.1.2.	Análisis de porcentajes de cambio	52
3.1.3.	Selección del mallado	52
3.2.	Análisis del primer barrido paramétrico	53
3.2.1.	Análisis de resultados	53
3.2.2.	Combinaciones óptimas de parámetros para la frecuencia de diseño	55
3.2.3.	Visualización de campo eléctrico para las combinaciones filtradas	55
3.2.4.	Análisis de diferencias entre modos	57
3.2.5.	Componente longitudinal del campo en el centro de la cavidad	59
3.3.	Errores y tolerancias	63
3.4.	Estudio de la <i>shunt impedance</i>	66
3.4.1.	Definición de la <i>shunt impedance</i>	66
3.4.2.	Configuración del barrido paramétrico	67
3.4.3.	Resultados del barrido paramétrico	67
3.4.4.	Barrido sobre el radio de apertura y la separación entre celdas	71
3.4.5.	Modificación de la geometría para evitar efectos no deseados	72
3.5.	Diseño de la cavidad completa de 7 celdas de aceleración	74
3.5.1.	Cálculo de la longitud óptima de la primera celda	76
3.6.	Estudio del acoplamiento de la fuente de radiofrecuencia mediante una guía de onda WR-284	78
3.6.1.	Configuración del modelo y condiciones de frontera	79
3.6.2.	Mallado	79
3.6.3.	Estudio de frecuencias propias	80
3.6.4.	Propuesta de diseño mecánico en Autodesk Inventor	80

4. Caracterización experimental	83
4.1. Principios de la técnica <i>bead-pull</i>	84
4.2. Arquitectura general del sistema de medición	84
4.3. Montaje experimental: parte mecánica	86
4.4. Sistema electrónico y automatización	87
4.4.1. Control del motor a pasos	87
4.4.2. Comunicación con el VNA y adquisición de datos	87
4.4.3. Principio de funcionamiento del analizador de redes vectoriales (VNA)	88
4.5. Procedimiento de medición	91
4.6. Verificación del paso del sistema de traslación	91
4.7. Postprocesamiento de datos	92
5. Resultados y discusión	94
5.1. Resultados de las simulaciones electromagnéticas del diseño final	94
5.1.1. Modelo reducido: parámetros finales, tolerancias y campo eléctrico .	95
5.1.2. Diseño final de la cavidad	96
5.1.3. Acoplamiento de RF mediante guía de onda WR-284	98
5.2. Resultados experimentales con cavidades existentes	99
5.2.1. Resultados en la cavidad tipo <i>pillbox</i> de 2.998 GHz	99
5.2.2. Resultados en la cavidad con celda lateral de 4.47 GHz	101
5.3. Validación del sistema de medición	102
5.4. Conclusiones del capítulo	104
6. Conclusiones generales y trabajo futuro	105
A. Códigos implementados	107
A.1. Códigos en Python	107
A.1.1. Script para el sistema <i>bead pull</i>	107
A.1.2. Script para graficar los mínimos de S_{11}	109
A.2. Código en Arduino	110
A.2.1. Control del motor paso a paso	110
B. Configuración del analizador de redes vectoriales	113
C. Participaciones académicas	117
Referencias	119

Capítulo 1

Introducción

1.1. Breve repaso histórico

A lo largo de la historia, el ser humano ha buscado comprender las causas y el funcionamiento de los fenómenos que observa en su entorno. Esta curiosidad constante ha impulsado avances científicos y tecnológicos que, aún en nuestros días, conservan una enorme relevancia. El estudio y entendimiento de diversos procesos físicos ha permitido desarrollar tecnologías que, a su vez, fortalecen la investigación, formando un ciclo virtuoso del cual nuestra sociedad continúa beneficiándose.

Entre los múltiples logros científicos que han marcado profundamente a la humanidad, destaca la invención de los aceleradores de partículas. Aunque solemos asociarlos con grandes instalaciones en laboratorios internacionales, los principios de aceleración y control de partículas están presentes en dispositivos de uso cotidiano. Un ejemplo clásico es el tubo de rayos catódicos utilizado en antiguos televisores y monitores de computadoras, donde electrones son acelerados y desviados mediante campos electromagnéticos para impactar sobre materiales fosforescentes, generando los puntos luminosos, o píxeles, que conforman la imagen [8, 9].

Los aceleradores de partículas también desempeñan un papel fundamental en el ámbito médico, especialmente en tratamientos de radioterapia para combatir el cáncer [10]. Asimismo, son herramientas esenciales en el análisis de materiales y en la datación de muestras arqueológicas mediante técnicas como el carbono 14 [11]. Por supuesto, su impacto es particularmente notable en la investigación científica, ya que han permitido explorar la estructura de la materia, estudiar interacciones fundamentales y profundizar en los grandes misterios del Universo [12].

Al hablar del desarrollo de los aceleradores de partículas se tiene que hacer especial mención del entendimiento de los fenómenos electromagnéticos, y al hecho de que la carga eléctrica se transporta en paquetes [13].

Fue en el siglo XVIII que los fenómenos electrostáticos se volvieron muy populares en la comunidad científica y desde entonces se ha hecho un desarrollo tecnológico que es parte esencial de la civilización moderna. En 1785, Coulomb consiguió por primera vez cuantificar las fuerzas entre cargas eléctricas, a las cuales hoy llamamos fuerzas de Coulomb. Pasaron 100 años para que pudieran aislarse los portadores de carga eléctrica (electrones). Se realizaron muchos experimentos y se desarrollaron teorías con el fin de describir matemáticamente los fenómenos eléctricos observados [13].

Con el tiempo, se dispuso de fuentes de carga eléctrica de mayor potencia y esto propició a la observación de fenómenos de descarga luminosa y se iniciaron esfuerzos intensivos en observaciones experimentales durante la mayor parte del siglo XIX. Gracias a estas observaciones de dichos fenómenos de descargas luminosas, fue que la comunidad científica pudo lograr el descubrimiento de las partículas elementales y la radiación electromagnética, que son parte esencial en el campo de aceleradores de partículas [13].

Los primeros aceleradores de partículas eran del tipo electrostáticos, en los cuales el haz gana energía mediante una diferencia de potencial constante. Para que una partícula pueda ser acelerada por un campo electromagnético, es necesario que posea carga eléctrica. Esto se entiende a partir de la fuerza de Lorentz (Ec. 1.1), que describe la interacción entre una partícula cargada y los campos electromagnéticos,

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (1.1)$$

donde q es la carga eléctrica, \mathbf{E} el campo eléctrico y \mathbf{B} el campo magnético. En los primeros aceleradores, el proceso de aceleración se daba únicamente debido al campo eléctrico, por lo que la Ec. 1.1 se reduce a

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}, \quad (1.2)$$

lo que nos muestra que solo las partículas con carga eléctrica distintas de cero experimentan una fuerza aceleradora. El aumento de energía de la partícula se obtiene al calcular el trabajo realizado por el campo eléctrico sobre ella. El trabajo diferencial es

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = q\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}, \quad (1.3)$$

sustituyendo la Ec. 1.2. La diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos está relacionada con el campo eléctrico mediante

$$V = - \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}. \quad (1.4)$$

Por lo tanto, el trabajo total realizado por el campo eléctrico al mover la partícula a través de una diferencia de potencial V es

$$W = qV. \quad (1.5)$$

Dado que este trabajo corresponde al incremento de energía cinética, E_k , de la partícula, la energía ganada viene dada por

$$E_k = qV. \quad (1.6)$$

Así, en los aceleradores electrostáticos la energía final alcanzada por la partícula está determinada únicamente por su carga y por la diferencia de potencial aplicada. La principal limitación de este tipo de aceleradores es que la máxima energía alcanzable está acotada por la diferencia de potencial que se puede mantener antes de llegar al límite del rompimiento dieléctrico del vacío, el cual sucede en el orden de decenas de megavolts. En la Figura 1.1 se puede observar una representación esquemática de un acelerador electrostático. Los aceleradores lineales (también conocidos como *linacs*, por sus siglas en inglés) que usan cavidades RF como mecanismo de aceleración superan esta limitación al aplicar campos eléctricos alternantes en el tiempo al haz, el cual está distribuido en paquetes, de tal manera que cada paquete siempre llega cuando el campo muestra la fase correcta para la aceleración.

Las cavidades RF, donde el haz es acelerado, son estructuras en las cuales son excitados ciertos modos electromagnéticos, los cuales representan patrones estacionarios de los campos eléctricos y magnéticos dentro de la cavidad, determinados por su geometría y condiciones de frontera. Es necesario para la aceleración del haz que éste se encuentre en fase con respecto a los campos, e igualmente para mantener la ganancia de energía es necesaria la sincronización con dichos campos. Es por esta última razón que se ha adoptado el nombre de aceleradores de resonancia (o resonantes), entre los cuales están los linacs, el ciclotrón y el sincrotrón [14].

Fue en 1924 cuando Gustav Ising propuso el primer acelerador que empleaba campos eléctricos alternantes en el tiempo, el cual consistía en un tubo de vacío recto, y una serie de tubos de deriva con agujeros para el paso del haz. Se generaban pulsos de voltaje mediante descarga por chispa para acelerar las partículas. Para lograr la sincronización del haz con los

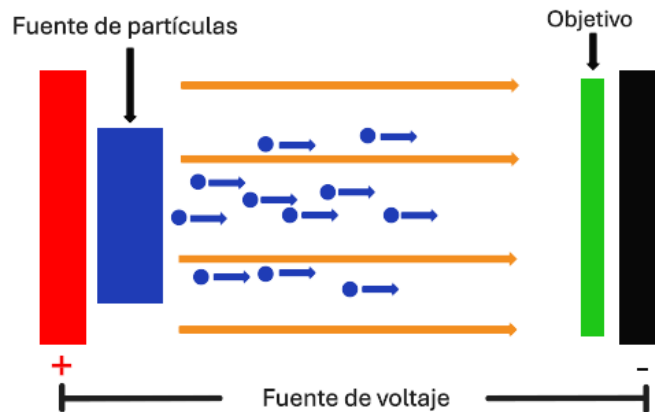


Figura 1.1: Esquema de un acelerador electrostático. Se observa cómo las partículas cargadas son aceleradas de forma continua mediante un campo eléctrico constante generado por una diferencia de potencial fija. En este sistema, la energía final de la partícula está limitada por el voltaje máximo que la fuente puede mantener sin que ocurra una descarga eléctrica.

pulsos de voltaje se introducían líneas de transmisión, las cuales se encargaban de retrasar dichos pulsos de la fuente. Esta propuesta sirvió como inspiración al estudiante noruego, Rolf Wideröe [14].

Fue Wideröe quien llevó a la realidad la propuesta de Ising por primera vez, al informar sobre el primer linac de radiofrecuencia en 1927 en Aachen, Alemania. El linac construido por Wideröe fue el precursor de los aceleradores RF modernos. La idea básica consiste en aplicar un voltaje alternante en el tiempo a una serie de tubos de deriva, cuya longitud incrementaba con la ganancia de velocidad de las partículas, de tal forma que dichas partículas lleguen a cada espacio entre tubos al tiempo correcto para la aceleración. En la Figura 1.2, podemos observar el concepto del linac de Wideröe, donde D son los tubos de deriva los cuales están conectados a una fuente alternante de voltaje V que aplica voltajes de igual magnitud pero fase opuesta a tubos de deriva consecutivos, G son los espacios entre los tubos de deriva donde se da la interacción entre los campos y el haz de partículas, y S es la fuente de iones. Para lograr una aceleración eficiente, las partículas se deben agrupar en paquetes (representados por los puntos negros), que se ingresan en el linac en el momento en que la polaridad de los tubos de deriva es la correcta para la aceleración. Este agrupamiento (*bunching*) se puede lograr utilizando una brecha de RF, B, entre la fuente de corriente continua y el linac. En esta zona se imprime una modulación de velocidad en el haz entrante, lo que produce un agrupamiento espacial al final de dicho espacio de deriva. El efecto neto de la secuencia de “empujones” de voltaje (*voltage kicks*) es entregar una ganancia de voltaje total al haz que es mayor que el

voltaje V impreso en cualquier brecha individual [14].

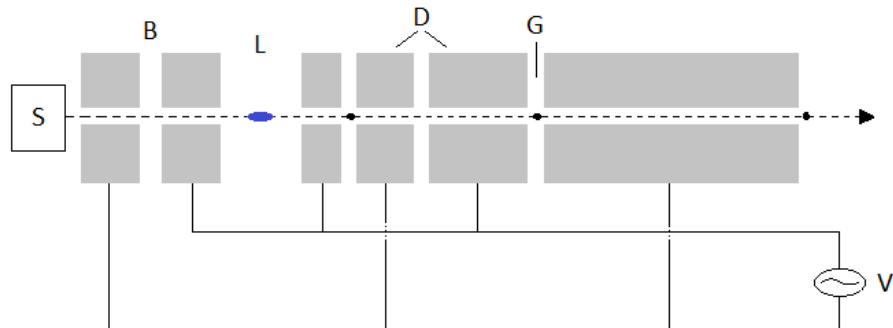


Figura 1.2: Esquema de un acelerador de radiofrecuencia tipo Wideröe. A diferencia del modelo electrostático, aquí se utiliza un voltaje alterno de alta frecuencia. Las partículas reciben múltiples “empujones” de energía al cruzar los espacios (G) entre los tubos de deriva (D). Los tubos actúan como escudos mientras la polaridad del campo se invierte, permitiendo alcanzar energías muy altas sin necesidad de voltajes totales extremos, siempre que el movimiento de la partícula esté sincronizado con la oscilación de la fuente (V).

En el experimento de Wideröe, un voltaje de radiofrecuencia (RF) de 25 kV generado por un oscilador de 1 MHz se aplicó a un único tubo de deriva situado entre dos electrodos conectados a tierra. Un haz de iones de potasio con carga simple atravesaba las separaciones entre electrodos, ganando la máxima energía en cada una de ellas gracias a la variación temporal del campo eléctrico. Como resultado, se obtuvo un haz con una energía final de 50 keV, equivalente al doble de la energía que podría obtenerse mediante una sola aplicación de ese mismo voltaje, como ocurre en un acelerador electrostático. Este experimento demostró por primera vez que es posible acelerar partículas incluso cuando tanto la entrada como la salida del acelerador se encuentran a potencial de tierra, utilizando únicamente campos eléctricos oscilantes. Más importante aún, estableció el principio fundamental de los aceleradores RF: a diferencia de los aceleradores electrostáticos, en los cuales la energía máxima está limitada directamente por el voltaje aplicado, un acelerador RF puede proporcionar una ganancia de energía total superior al voltaje máximo aplicado, al permitir múltiples etapas de aceleración sincronizadas con el movimiento de las partículas. Posteriormente, en 1931 Sloan y Lawrence construyeron un linac como el de Wideröe con 30 tubos de deriva y aceleraron iones de mercurio a una energía de 1.26 MeV al aplicar un voltaje de 42 kV a una frecuencia de 10 MHz y una corriente del haz de $1 \mu\text{A}$. Para el año de 1934, la energía de salida del haz se incrementó a 2.85 MeV usando 36 tubos de deriva [14].

Existía un gran interés por la física fundamental mediante la aceleración a altas energías de partículas más ligeras, como protones y electrones, una tarea para la cual el diseño de Wideröe no resultaba adecuado debido a que la baja masa de estas partículas provoca que alcancen regímenes relativistas a energías muy bajas. Al emplear la relación de velocidad relativa,

$$\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{mc^2}{K + mc^2} \right)^2}, \quad (1.7)$$

donde β es la relación entre la velocidad de la partícula y la velocidad de la luz (v/c), m es la masa en reposo, c es la velocidad de la luz en el vacío y K es la energía cinética, se observa que mientras un ion pesado como el mercurio se mantiene en un régimen no relativista a 1 MeV con una $\beta \approx 0.003$, un electrón a esa misma energía ya es altamente relativista con una $\beta \approx 0.941$, lo que implica que viaja al 94 % de la velocidad de la luz. Esta diferencia de masas impone una limitación técnica insuperable bajo el esquema de Wideröe, ya que la condición de sincronismo exige que la longitud del n -ésimo tubo de deriva, definida como:

$$L_n = \frac{\beta_n c}{2f}. \quad (1.8)$$

donde f es la frecuencia de oscilación del campo aplicado, sea directamente proporcional a la velocidad de la partícula. Al considerar las frecuencias de operación disponibles en la época, la alta velocidad de los haces ligeros resultaría en longitudes de tubos y distancias entre espacios de aceleración excesivamente grandes; por ejemplo, para un electrón con una $\beta \approx 0.941$ y una frecuencia de 10 MHz, la longitud necesaria de un solo tubo de deriva sería de aproximadamente 14 metros. Esto derivaría en tasas de aceleración por unidad de longitud muy pequeñas y dimensiones totales del orden de kilómetros, lo cual resulta inviable a menos que la frecuencia de operación pueda incrementarse al orden de los GHz para reducir proporcionalmente el tamaño de los componentes. En este rango de frecuencias, las longitudes de onda son comparables con los dimensiones del circuito de corriente alterna, y se deben considerar tanto la propagación de las ondas electromagnéticas como los efectos de radiación electromagnética para el diseño del sistema de aceleración. El desarrollo del linac requería generadores de microondas de mayor potencia, y estructuras de aceleración mejor adaptadas para altas frecuencias y para la aceleración de haces a alta velocidad. En la Universidad de California, Luis Alvarez y sus colaboradores propusieron una estructura de aceleración para protones basada en un arreglo lineal de tubo de deriva encerrada en una cavidad cilíndrica. Esta idea consistía en excitar un modo con un campo nulo en los tubos de deriva y uno uni-

forme en los espacios entre estos. Se construyó un linac de este tipo con un diámetro de 1 m, longitud de 12 m y frecuencia de resonancia de 200 MHz, en el cual se logró acelerar protones de 4 a 32 MeV. Aproximadamente al mismo tiempo en Stanford se proponía una nueva y eficiente estructura de aceleración para electrones a velocidades relativistas, la cual consistía de un arreglo de cavidades resonantes del tipo *pillbox*, denominadas así por su similitud con este tipo de recipientes cilíndricos, con un hueco central para la propagación tanto del haz como de la energía electromagnética. Esta estructura recibió el nombre de guía de onda cargada con discos o cargada con iris, la cual llevó eventualmente al desarrollo del linac de 3 km del *Stanford Linear Accelerator Center (SLAC)*. De estos dos proyectos nacieron los primeros aceleradores modernos de protones y electrones [14].

1.2. Aceleradores lineales

El linac RF se clasifica como un acelerador de resonancia. Debido a que en esta estructura se tienen ambos extremos a tierra, es posible construirlo como un arreglo modular de estructuras aceleradoras. Los linacs modernos consisten típicamente de secciones de guías de onda o cavidades resonantes, las cuales se excitan mediante la inyección de una señal de radiofrecuencia dentro de la cavidad, usualmente en un rango de 30 MHz a 3 GHz. Estas estructuras son sintonizadas a la frecuencia de resonancia y se alimentan por tubos de RF de alta potencia, como los *klystrons*. La energía electromagnética de salida es transportada mediante líneas de transmisión hacia la cavidad donde, debido a las reflexiones en las paredes interiores, los campos interactúan entre sí para generar una onda estacionaria. Dentro de este régimen estacionario, el componente responsable de la aceleración es el campo eléctrico, cuya intensidad en el eje varía armónicamente en el tiempo y puede expresarse como:

$$E(t) = E_0 \cos(\omega t), \quad (1.9)$$

donde E_0 representa la amplitud máxima del campo acelerador. Por otro lado, aunque el campo magnético está presente y es fundamental para el confinamiento de la energía electromagnética dentro de la cavidad, este no contribuye al proceso de aceleración longitudinal de las partículas, ya que su fuerza resultante es perpendicular a la dirección del movimiento. Para lograr una transferencia eficiente de energía al haz, la estructura utiliza una geometría interna optimizada que concentra el campo eléctrico a lo largo de la trayectoria de las partículas. En este contexto, un parámetro fundamental y ampliamente utilizado para evaluar la eficiencia entre la concentración del campo en el eje y las pérdidas por disipación es la *shunt*

impedance [14, 15].

Una de las principales ventajas de los aceleradores lineales es su capacidad de producir haces de partículas cargadas de alta energía e intensidad, y una alta calidad de haz, lo cual se traduce en un haz con diámetro pequeño y baja dispersión de energía. Algunas otras características interesantes de los linacs son las siguientes: el enfoque fuerte para confinar haces de alta intensidad; el haz pasa por la estructura una sola vez, por lo cual se evitan errores repetitivos que ocasionan resonancias de haz destructivas; no hay pérdida de energía por radiación de sincrotrón pues el haz viaja en una línea recta; la inyección y extracción del haz son más simples que en aceleradores circulares, pues la órbita natural en un linac está abierta en ambos extremos; el linac puede operar a cualquier factor de trabajo, hasta un 100 % o en onda continua (CW), lo que resulta en la aceleración de haces con una alta corriente promedio [14].

Un diagrama simplificado de bloques de un linac en la Fig. 1.3 muestra una estructura lineal con cavidades aceleradoras e imanes de enfoque, la cual es alimentada con energía electromagnética por un sistema de potencia de RF. El haz es inyectado desde un sistema inyector de corriente directa (*DC injector*). Se requiere un sistema de vacío para lograr una buena transmisión del haz. La energía eléctrica es utilizada principalmente por el sistema de potencia de RF. Un sistema de enfriamiento (agua para linacs de conducción normal y helio líquido para linacs superconductores) elimina el calor generado por las pérdidas resistivas en las paredes [14].

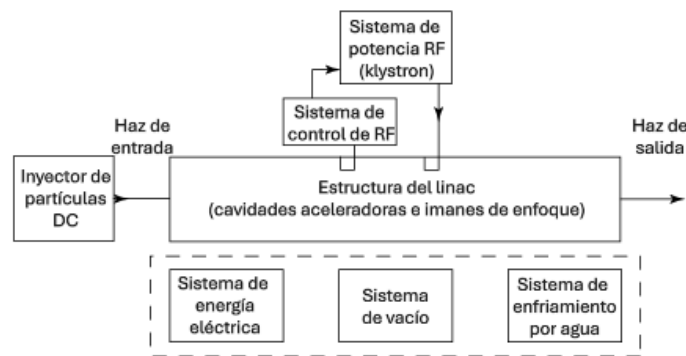


Figura 1.3: Diagrama de bloques simplificado de un linac[14].

Debido a que el linac utiliza un campo eléctrico que varía sinusoidalmente para la aceleración, las partículas pueden ganar o perder energía dependiendo de la fase del haz con respecto al pico de la onda. Para proporcionar una aceleración eficiente a todas las partículas, el haz debe agruparse en paquetes (*bunches*), como se muestra en la Fig. 1.4. Los paquetes

pueden estar separados longitudinalmente por uno o más periodos de RF. La Fig. 1.5 muestra los patrones de campo eléctrico y magnético en una cavidad cilíndrica simple operada en un modo resonante transversal magnético (TM). Este modo se caracteriza por un campo eléctrico longitudinal sobre el eje, lo cual es ideal para la aceleración de un haz de partículas cargadas [14].

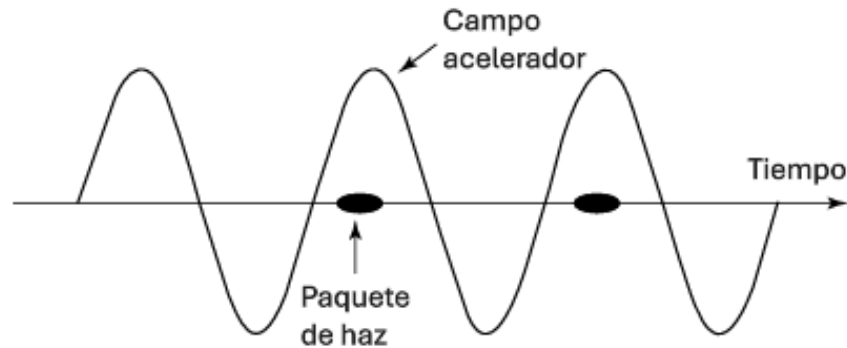


Figura 1.4: Paquetes de haz en un linac RF [14].

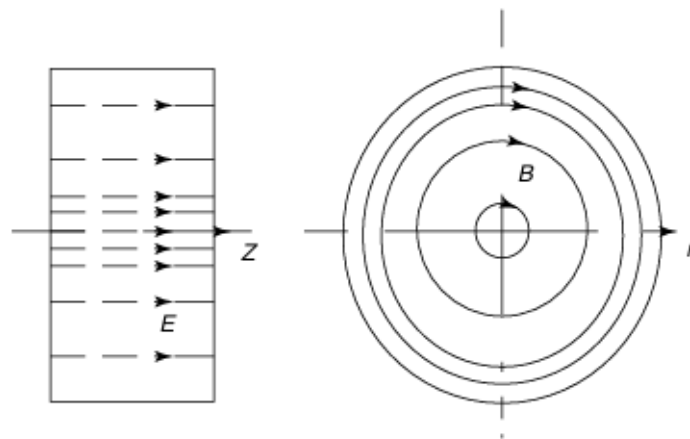


Figura 1.5: Campos eléctrico (E) y magnético (B) para un modo resonante TM en una cavidad cilíndrica [14].

Un aspecto práctico importante es cómo construir un linac eficiente utilizando estas cavidades. Ha habido varias soluciones. Primero, se puede utilizar un arreglo de cavidades independientes, cada una alimentada por su propio generador de RF y cada una ajustada en fase de manera independiente para proporcionar aceleración a lo largo de toda la longitud. Esta solución se utiliza para linacs superconductores, donde su principal ventaja es la flexibilidad operativa. Otra solución es lanzar una onda electromagnética viajera en una estructura larga

que consiste en muchas celdas acopladas electromagnéticamente. En este diseño, la energía de RF se introduce en un solo punto y se propaga a través de las aperturas entre las celdas. Al estar acopladas, las celdas funcionan como un sistema resonante único, lo que reduce drásticamente la cantidad de generadores de RF necesarios y simplifica la infraestructura de control de fase, resultando en un diseño más compacto. [14].

Aunque la estructura aceleradora más simple podría parecer una guía de onda cilíndrica uniforme, esta no puede proporcionar aceleración continua de electrones, porque la velocidad de fase de una onda electromagnética en una guía de onda uniforme siempre excede la velocidad de la luz, por lo que no es posible lograr sincronismo con el haz. Se requiere una estructura con geometría modificada para reducir la velocidad de fase a la del haz [14].

El otro método común para producir aceleración en un linac es excitar una onda estacionaria en un arreglo multicelda o de cavidades acopladas. Se han inventado varios tipos de estructuras multicelda para su aplicación óptima en rangos específicos de velocidad del haz. Un tipo de estructura es la *Alvarez Drift Tube Linac* (DTL), discutida anteriormente y mostrada en la Fig. 1.6, la cual se utiliza para acelerar protones y otros iones en el rango de velocidades desde aproximadamente 0.04 hasta 0.4 veces la velocidad de la luz. A diferencia de la estructura de Wideröe, en la DTL los campos en espacios aceleradores adyacentes están en fase, y la separación entre los espacios aceleradores es nominalmente igual a la distancia que recorre el haz en un periodo de RF. La estructura DTL no se utiliza para electrones, porque los electrones son tan ligeros que su velocidad ya está por encima del rango aplicable al momento de la inyección desde el cañón de electrones de corriente directa [14].

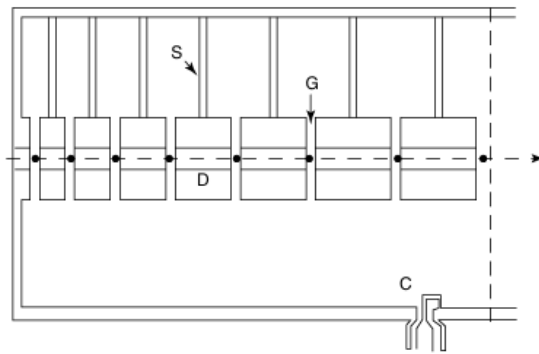


Figura 1.6: Estructura lineal de tubos de deriva de tipo Alvarez usada para la aceleración de iones de velocidad media. Las partículas se agrupan en paquetes antes de su inyección en el linac de tubos de deriva. Se muestran los paquetes del haz siendo acelerados en los huecos G, y son protegidos del campo dentro de los tubos de deriva D cuando éste no tiene la polaridad correcta. Los tubos de deriva D están sostenidos por las columnas S. La cavidad es excitada por la corriente de RF que circula por una línea coaxial hacia el acoplador en bucle C [14].

Otras estructuras de linac de cavidades acopladas se utilizan tanto para electrones como para protones cuando las partículas alcanzan velocidades relativamente altas. Una de ellas es la denominada *side-coupled linac* (SCL), que emplea cavidades acopladas lateralmente para optimizar la eficiencia de aceleración y concentrar el campo eléctrico en las regiones donde el haz puede ser acelerado de forma más eficaz [14].

Debido a que el linac es un dispositivo de un sólo paso, la longitud del acelerador y la potencia consumida en las paredes de la cavidad pueden ser grandes en comparación con los aceleradores circulares, los cuales utilizan las mismas cavidades aceleradoras repetidamente. Para acortar el acelerador para una ganancia de energía dada, es necesario elevar el campo eléctrico longitudinal, pero esto incrementa la disipación de potencia y aumenta el riesgo de ruptura eléctrica por RF. Para operación con un alto ciclo de trabajo, la densidad promedio de potencia debido a las pérdidas de RF en las paredes de la cavidad puede generar exigentes requisitos de enfriamiento para la tecnología convencional de cavidades de cobre. Otro enfoque para estos problemas es el uso de cavidades superconductoras de niobio [14].

1.2.1. Aplicaciones de los aceleradores de partículas

Los aceleradores de partículas son comúnmente asociados con la investigación en física nuclear y de altas energías, ámbitos que requieren instalaciones de gran escala y haces de muy alta energía. No obstante, en las últimas décadas se han desarrollado numerosas aplicaciones en aceleradores de menor tamaño, los cuales resultan fundamentales en diversos campos de la ciencia, la tecnología, la industria y la medicina. A continuación se presentan algunas de estas aplicaciones [4, 5, 7, 10, 11, 12, 16, 17].

Física nuclear

- Aceleradores de electrones y protones
- Colisionadores de iones
- Instalaciones de haz continuo

Física de altas energías

- Experimentos con blanco fijo
- Anillos de almacenamiento de haces colisionantes

- Colisionadores lineales

Generación de energía

- Confinamiento inercial
- Producción y regeneración de combustible nuclear

Industria

- Radiografía mediante rayos X
- Implantación iónica
- Producción y separación de isótopos

- Ensayo y modificación de materiales
- Esterilización de alimentos
- Litografía con rayos X

Radiación de sincrotrón

- Estudios en física atómica y molecular
- Investigación en materia condensada
- Ciencias de la Tierra
- Ciencia e ingeniería de materiales
- Química avanzada
- Biología molecular y celular
- Física de superficies e interfaces

Radiación coherente

- Láseres de electrones libres (X-FEL)
- Microscopía de sondas focalizadas
- Técnicas de holografía

Medicina

- Radioterapia oncológica
- Física médica y protección radiológica
- Microcirugía con láseres de electrones libres sintonizables
- Esterilización de instrumental

La lista anterior no es minuciosa y se deben añadir elementos conforme la calidad y características de los haces de partículas se vuelven cada vez más sofisticados, predecibles y controlables. La mejora de cualquier parámetro de los haces crean oportunidades para nuevos experimentos y aplicaciones que antes no eran posibles.

1.3. Cavidades de radiofrecuencia

Las cavidades de radiofrecuencia son componentes fundamentales en la física de aceleradores, funcionando como cámaras metálicas huecas donde se confinan campos electromagnéticos para transferir energía a partículas cargadas. Su diseño mecánico es crítico, ya que la forma y el tamaño de la cavidad determinan la frecuencia de resonancia a la cual las ondas electromagnéticas pueden acumularse y oscilar de manera eficiente. Cuando un haz de partículas atraviesa este espacio en condiciones de vacío, experimenta una fuerza proveniente del campo eléctrico oscilante que lo empuja hacia adelante, incrementando su energía cinética de manera similar a como un surfista aprovecha el impulso de una ola.

Para que la aceleración sea efectiva, es necesario que la cavidad reciba energía de un generador externo, que introduce microondas a través de guías de onda de metal conductor. La frecuencia de operación de estas cavidades se enmarca típicamente en las bandas S (2-4 GHz)

o C (4-8 GHz) del espectro de microondas [18]. Dado que el campo eléctrico dentro de la cavidad cambia de dirección constantemente a una frecuencia específica, el tiempo de llegada de las partículas debe estar perfectamente sincronizado. Esta oscilación rítmica permite que las cavidades actúen como un filtro de precisión: las partículas que llegan con la fase adecuada reciben el impulso máximo, mientras que aquellas que se desfasan son corregidas mediante aceleración o desaceleración, lo que resulta en la formación de paquetes compactos de partículas conocidos como *bunches*.

En aceleradores de alta energía como el Gran Colisionador de Hadrones, estas estructuras suelen fabricarse con materiales superconductores y se alojan dentro de criomódulos refrigerados a temperaturas extremadamente bajas. Este estado de superconductividad es esencial para eliminar la resistencia eléctrica en las paredes de la cavidad, permitiendo que corrientes de alta intensidad fluyan sin disipar energía en forma de calor y maximizando la eficiencia de la transferencia de potencia al haz. Gracias a esta tecnología, un conjunto de cavidades puede elevar la energía de las partículas de forma progresiva durante miles de vueltas al anillo del acelerador, alcanzando voltajes de millones de voltios que permiten a los científicos explorar los componentes fundamentales de la materia [6].

1.4. Mediciones *bead-pull*.

La técnica de medición del tipo *bead-pull* es fundamental para caracterizar cavidades de radiofrecuencia, ya que permiten determinar con precisión la magnitud de los campos eléctricos y magnéticos en su interior. Este método se basa en introducir una pequeña perturbación física dentro de los campos electromagnéticos resonantes, lo que provoca un cambio medible en parámetros clave como la frecuencia de resonancia de la cavidad. Al cuantificar esta variación de frecuencia, es posible mapear la distribución de los campos, lo cual es esencial para asegurar que la cavidad funcione según los parámetros de diseño teóricos.

Existen principalmente dos formas de generar esta perturbación: mediante el uso de una pequeña cuenta dieléctrica o una cuenta conductora. La introducción de un objeto dieléctrico altera las condiciones de permitividad eléctrica y permeabilidad magnética, lo que permite medir de forma aislada el campo eléctrico. Por otro lado, una cuenta conductora modifica ligeramente el volumen interno de la cavidad, lo que permite obtener información tanto de los campos eléctricos como de los magnéticos. La magnitud del cambio en la frecuencia depende directamente de factores de forma específicos del objeto utilizado, como su geometría esférica o cilíndrica, y de la energía total almacenada en la cavidad antes de la perturbación [3].

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo general

Desarrollar un sistema de medición basado en la técnica *bead-pull* para la caracterización experimental de cavidades de radiofrecuencia, con el fin de determinar con precisión el perfil del campo eléctrico longitudinal y validar los resultados obtenidos mediante simulaciones electromagnéticas.

1.5.2. Objetivos específicos

- Diseñar y optimizar la geometría de una cavidad de radiofrecuencia con acoplamiento lateral en Banda S para linacs médicos, utilizando el módulo RF de COMSOL Multiphysics y validando su integridad estructural en Autodesk Inventor.
- Desarrollar un sistema automatizado de medición mediante la técnica *bead-pull*, integrando el control de un motor a pasos mediante Arduino y una interfaz en Python que coordine la adquisición de datos del VNA (*Vector Network Analyzer*) a través del protocolo PyVISA/SCPI.
- Caracterizar experimentalmente el perfil de campo eléctrico en dos cavidades RF previamente fabricadas, con el fin de evaluar el desempeño y la repetibilidad del sistema de medición desarrollado.
- Validar la precisión del sistema de medición mediante la comparación de los perfiles de campo obtenidos experimentalmente frente a los modelos de simulación numérica de las cavidades de prueba.

1.6. Metodología general

La metodología general del proyecto se estructura en las siguientes etapas:

1. Definición de una cavidad con acoplamiento lateral en Banda S optimizada para aceleradores lineales médicos (frecuencia de operación de 2.998 GHz). Se justifica esta selección por su alto gradiente de aceleración y estabilidad frente a errores de fabricación.

2. Análisis del modo acelerador TM_{010} mediante el módulo RF. Se determinarán las dimensiones geométricas necesarias para alcanzar la frecuencia de resonancia, maximizar la *shunt impedance* y lograr la uniformidad del campo eléctrico longitudinal.
3. Desarrollo de un modelo CAD detallado de una cavidad de 13 celdas mediante el diseño de placas individuales para celdas principales y de acople. El diseño integra orificios para pernos de alineación que garantizan la alineación micrométrica necesaria para preservar la distribución del campo electromagnético y la frecuencia de resonancia. Esta etapa constituye una primera aproximación mecánica orientada a la futura fabricación.
4. Desarrollo del sistema de medición para la técnica *bead-pull* compuesto por: sistema de poleas y motor a pasos controlado por Arduino para el desplazamiento axial, código en Python para la automatización del barrido y comunicación vía PyVISA/SCPI para la extracción de datos desde el VNA.
5. Aplicación del sistema desarrollado en dos cavidades de Banda S previamente fabricadas. El proceso incluye el alineamiento del hilo, la calibración del VNA y la ejecución del ciclo de medición (mover motor → estabilizar → capturar dato VNA).
6. Comparación directa entre el perfil de campo eléctrico longitudinal (E_z) obtenido en las simulaciones y los datos reconstruidos experimentalmente para ambas cavidades de prueba. El análisis se centra en identificar las concordancias en la distribución del campo y proporcionar una discusión técnica sobre las posibles causas de las discrepancias observadas.

Capítulo 2

Marco teórico

Las cavidades RF son componentes indispensables en los aceleradores de partículas modernos. Son las encargadas de transferir energía a los haces de partículas para acelerarlas. Dicha aceleración se da mediante la interacción de campos electromagnéticos y partículas cargadas a través de la fuerza de Lorentz. El diseño electromagnético se fundamenta en el fenómeno de la resonancia, que ocurre cuando un sistema físico es excitado a una frecuencia que coincide con su frecuencia natural de oscilación. En este estado, el sistema es capaz de almacenar energía de manera eficiente, lo que resulta en un aumento significativo de la amplitud de los campos internos. En una cavidad de radiofrecuencia, esta frecuencia natural está determinada estrictamente por su geometría (forma y dimensiones) y por las condiciones de contorno, que son los límites físicos impuestos por las paredes conductoras de la cavidad [19].

Estas paredes obligan a las ondas electromagnéticas a reflejarse y confinarse, estableciendo patrones de ondas estacionarias conocidos como 'modos'. Para que la resonancia ocurra, la geometría debe permitir que la onda refuerce su propia oscilación tras cada reflexión; esto sucede cuando las dimensiones de la cavidad guardan una relación específica con la longitud de onda. Por lo tanto, el diseño consiste en optimizar la geometría y las dimensiones críticas de la cavidad para que estas condiciones de contorno 'sintonicen' el sistema a la frecuencia de operación deseada, permitiendo que la energía se concentre para la aceleración de partículas. Una vez definido este modelo ideal de la cavidad, se procede a la caracterización experimental para verificar el comportamiento real de ésta. [19].

Dentro de una cavidad RF pueden existir distintos modos resonantes, cada uno caracterizado por la distribución de los campos eléctricos y magnéticos. Algunos de estos modos, por su distribución característica, son más eficientes para acelerar que otros, es por esto que su análisis es fundamental [18].

Con el estudio teórico y las simulaciones numéricas se busca optimizar la frecuencia de resonancia f , la *shunt impedance* $r_{sh,L}$ por unidad de longitud, la distribución de los campos, tolerancias y aislamiento entre modos. Por otro lado, para las pruebas experimentales se emplea la técnica de medición denominada *bead-pull*, con la cual podemos obtener la distribución de campo eléctrico en el eje de la cavidad mediante el análisis del cambio en la frecuencia de resonancia debido a una perturbación [3, 18].

En este capítulo se presentan los fundamentos teóricos necesarios para comprender el comportamiento electromagnético de las cavidades resonantes, los principios de su modelado numérico y la base física de la técnica *bead-pull* utilizada para su caracterización experimental.

2.1. Fundamentos del electromagnetismo aplicado a cavidades RF

El análisis de las cavidades RF se basa en los principios del electromagnetismo clásico descritos por las ecuaciones de Maxwell. Estas ecuaciones relacionan los campos eléctricos y magnéticos generados por cargas y corrientes, y permiten predecir la distribución espacial y temporal de los campos en una cavidad metálica cerrada. En el caso de cavidades de aceleración, los campos resonantes se diseñan para transferir energía a las partículas cargadas a través de la fuerza de Lorentz.

2.1.1. Ecuaciones de Maxwell en el dominio frecuencial

En forma diferencial, las ecuaciones de Maxwell en un medio lineal, homogéneo e isótropo son:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

donde \mathbf{E} es el campo eléctrico, \mathbf{H} el campo magnético, \mathbf{D} la densidad de desplazamiento eléctrico, \mathbf{B} la inducción magnética, y ρ y \mathbf{J} son las distribuciones de carga y corriente, respectivamente. En medios lineales se cumple:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}, \quad (2.3)$$

siendo ε y μ la permitividad y permeabilidad del medio, respectivamente. En el vacío, $\varepsilon = \varepsilon_0$ y $\mu = \mu_0$, con $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$ la velocidad de la luz.

En una cavidad metálica sin fuentes libres ($\rho = 0$, $\mathbf{J} = 0$), las ecuaciones se simplifican a:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad (2.4)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (2.5)$$

Asumiendo una dependencia temporal armónica de la forma $e^{i\omega t}$, se obtiene la formulación en el dominio frecuencial:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\mu_0 \mathbf{H}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = i\omega\varepsilon_0 \mathbf{E}. \quad (2.6)$$

Aplicando el operador $\nabla \times$ a las Ecs. 2.6 y utilizando las identidades vectoriales, se llega a la ecuación de Helmholtz para cada campo:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0, \quad \nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0, \quad k = \frac{\omega}{c}. \quad (2.7)$$

Las Ecs. (2.7) describen ondas estacionarias confinadas dentro de la cavidad. Sólo ciertas distribuciones espaciales de campo cumplen simultáneamente las condiciones de frontera impuestas por las paredes conductoras y dan lugar a frecuencias discretas ω_{mnp} , denominadas frecuencias de resonancia. Cada una de ellas corresponde a un modo resonante característico [20].

2.1.2. Condiciones de frontera en cavidades metálicas

En una cavidad perfectamente conductora, abreviada como PEC por sus siglas en inglés *Perfect Electric Conductor*, los campos electromagnéticos deben satisfacer las condiciones de frontera impuestas por la superficie metálica S :

$$\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} = \mathbf{0}, \quad \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.8)$$

donde \hat{n} es el vector normal a la superficie [21]. La primera condición implica que el campo eléctrico tangencial se anula sobre la superficie del conductor, mientras que la segunda establece que las líneas de inducción magnética no penetran en el material. Estas condiciones determinan las posibles configuraciones espaciales de los campos dentro de la cavidad y definen las soluciones admisibles de la ecuación de Helmholtz.

En materiales no perfectamente conductores, como el cobre o el aluminio, se consideran condiciones de frontera más generales de tipo impedancia, que relacionan los campos tangenciales mediante la resistencia superficial R_s . Sin embargo, para el diseño electromagnético inicial, es común suponer condiciones PEC, ya que las pérdidas son pequeñas comparadas con la energía almacenada en la cavidad [20].

2.1.3. Modos electromagnéticos en cavidades resonantes

Las soluciones de las ecuaciones de Maxwell en una cavidad cerrada se clasifican según las componentes longitudinales de los campos eléctricos y magnéticos. En general, los modos se agrupan en tres familias [21]:

- **Modos TE (Transversales Eléctricos):** $E_z = 0, H_z \neq 0$. En estos modos el campo eléctrico es puramente transversal al eje principal de la cavidad.
- **Modos TM (Transversales Magnéticos):** $H_z = 0, E_z \neq 0$. Estos modos presentan una componente longitudinal del campo eléctrico distinta de cero, lo que los hace especialmente útiles para acelerar partículas cargadas.
- **Modos TEM (Transversales Electromagnéticos):** $E_z = H_z = 0$. Requieren de una estructura con conductores paralelos (por ejemplo, líneas coaxiales), por lo que no existen en cavidades cerradas.

En cavidades de aceleración, los modos TM son los de mayor interés, ya que permiten inducir una diferencia de potencial a lo largo del eje central. El modo fundamental de este tipo en una cavidad cilíndrica es el TM_{010} , cuya distribución de campos puede ser observada en la Figura 2.1 [20, 22].

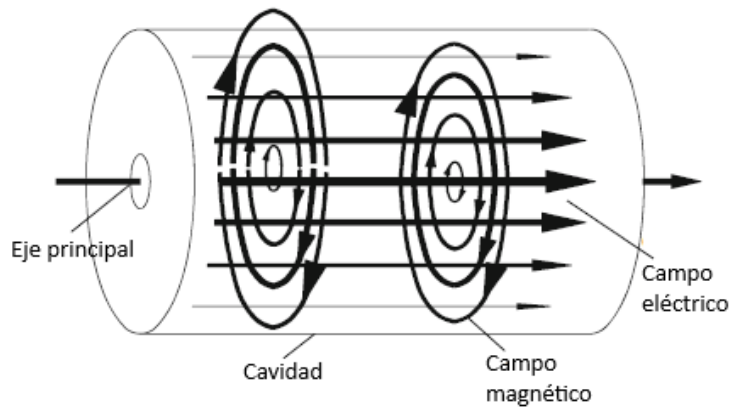


Figura 2.1: Distribución de los campos eléctrico y magnético en una cavidad cilíndrica en el modo TM_{010} [13].

2.1.4. Energía almacenada y resonancia

Cada modo resonante almacena energía electromagnética que oscila entre sus formas eléctrica y magnética con una frecuencia angular ω . La energía total dentro del volumen de la cavidad se expresa como:

$$U = \frac{1}{4} \int_V (\epsilon_0 |\mathbf{E}|^2 + \mu_0 |\mathbf{H}|^2) dV. \quad (2.9)$$

En el régimen estacionario, la energía se conserva salvo por las pérdidas en las paredes, las cuales determinan el factor de calidad de la cavidad. El conocimiento de las distribuciones de campo y de las condiciones de frontera permite determinar las frecuencias de resonancia, los patrones espaciales de campo y las magnitudes energéticas asociadas a cada modo.

2.2. Cavidad cilíndrica tipo *pillbox*

Las cavidades de radiofrecuencia son estructuras metálicas cerradas diseñadas para confinar y almacenar energía electromagnética en frecuencias discretas. Estas frecuencias de resonancia dependen de la forma del dispositivo y de las condiciones de contorno impuestas por sus paredes conductoras. En cavidades de conductividad eléctrica perfecta, los campos se organizan en modos TE y TM. Para aplicaciones de aceleración, el interés principal recae en los modos TM, ya que permiten la existencia de un campo eléctrico longitudinal no nulo a lo largo del eje de la cavidad [15].

La configuración fundamental para este análisis es la cavidad cilíndrica simple, como la

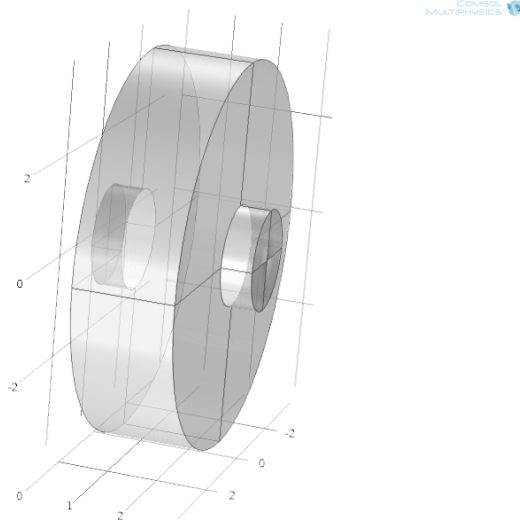


Figura 2.2: Geometría de una cavidad cilíndrica tipo *pillbox*.

que se observa en la Figura 2.2. El estudio de este modelo es esencial porque sus soluciones analíticas sirven como base teórica para el desarrollo de estructuras más complejas de múltiples celdas.

Al acoplar diversas celdas para formar una estructura aceleradora, el sistema genera una banda de frecuencias con un número de modos de oscilación igual a la cantidad de celdas presentes. Estos modos se caracterizan por el desfase de la fase del campo entre cavidades consecutivas. Por ejemplo, en una estructura compuesta por dos celdas únicamente existen los modos 0 y π , mientras que en una formación de tres celdas se identifican los modos 0, $\pi/2$ y π . En estructuras con acoplamiento lateral, el modo $\pi/2$ es el preferido debido a su estabilidad frente a errores de fabricación, manteniendo un perfil de campo óptimo para la aceleración [20, 22].

Formulación en el dominio frecuencial y separación de variables

Trabajaremos en un medio lineal, homogéneo e isótropo sin fuentes libres, usando la convención temporal $e^{i\omega t}$. En el dominio de frecuencias, las ecuaciones de Maxwell son

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{B}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = i\omega \mathbf{D}, \quad (2.11)$$

con $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}$ y $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ en el vacío. Aplicando $\nabla \times$ en las Ecs. (2.11) y usando las

Ecs. (2.10) se obtiene la ecuación de Helmholtz para cada campo:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0, \quad \nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0, \quad k = \frac{\omega}{c}, \quad c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}. \quad (2.12)$$

Una solución armónica puede clasificarse como: (i) TEM si $E_z = H_z = 0$, (ii) TE si $E_z = 0$ y $H_z \neq 0$, (iii) TM si $H_z = 0$ y $E_z \neq 0$. En cavidades PEC, los modos TEM puros no existen [20, 22].

Imponemos condiciones de frontera PEC ($\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} = \mathbf{0}$) en la pared lateral $r = R$ y en las tapas $z = 0, L$. Buscaremos soluciones separables en coordenadas cilíndricas (r, ϕ, z) con dependencia azimutal $e^{im\phi}$, donde $m = 0, 1, 2, \dots$

Modos TM en una cavidad cilíndrica

Para los modos TM ($H_z = 0, E_z \neq 0$) se resuelve la ecuación escalar de Helmholtz para $E_z(r, \phi, z)$:

$$\left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right] E_z = 0. \quad (2.13)$$

Con separación $E_z = R(r) \Phi(\phi) Z(z)$ y dividiendo por $R\Phi Z$, se obtienen tres ecuaciones ordinarias:

$$\Phi'' + m^2 \Phi = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi(\phi) = A_m \cos(m\phi) + B_m \sin(m\phi), \quad (2.14)$$

$$Z'' + k_z^2 Z = 0 \quad \Rightarrow \quad Z(z) = C_p \cos(k_z z) + D_p \sin(k_z z), \quad k_z = \frac{p\pi}{L}, \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (2.15)$$

$$r^2 R'' + rR' + (k_r^2 r^2 - m^2) R = 0, \quad (2.16)$$

donde $k^2 = k_r^2 + k_z^2$. La ecuación radial (2.16) corresponde a la ecuación de Bessel. Cuya soluciones son las funciones de Bessel de primera y segunda especie [22],

$$R(r) = AJ_m(k_r r) + BY_m(k_r r). \quad (2.17)$$

Las funciones $Y_m(k_r r)$ divergen en $r = 0$, mientras $J_m(k_r r)$ (graficadas en la Figura 2.3) son finitas en todo el dominio [15]. De esta forma, imponiendo regularidad en $r = 0$ se elige la solución finita:

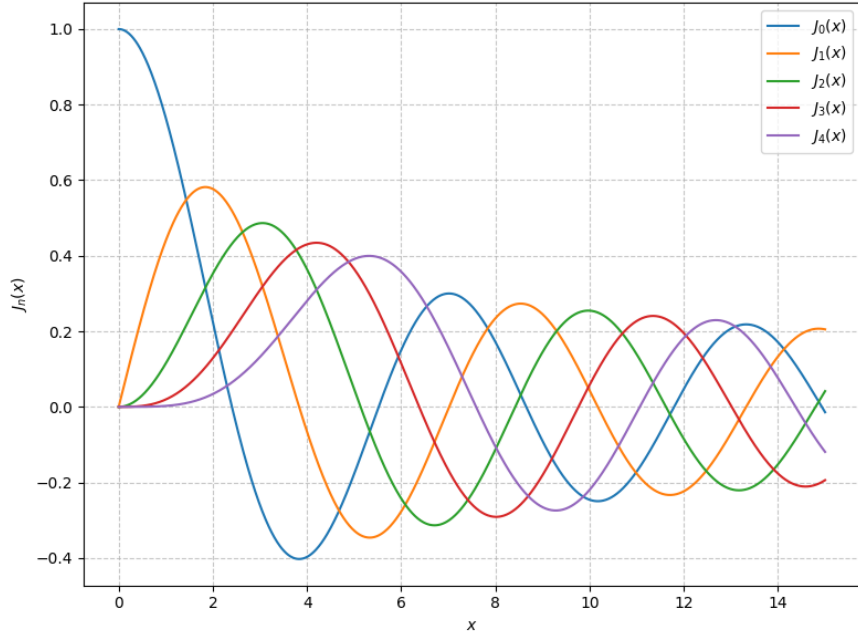


Figura 2.3: Funciones de Bessel de primera especie $J_n(x)$ para $n = \{0, \dots, 4\}$. Estas funciones aparecen como soluciones finitas de la ecuación de Bessel, que describen la dependencia radial de los campos en cavidades cilíndricas. Se observa que $J_0(x)$ es finita en el eje y presenta sus primeros ceros en valores que determinan las frecuencias de resonancia de los modos TM.

$$R(r) = J_m(k_r r). \quad (2.18)$$

Así, la solución general para E_z es

$$E_z(r, \phi, z) = (A_m \cos(m\phi) + B_m \sin(m\phi)) J_m(k_r r) (C_p \cos(k_z z) + D_p \sin(k_z z)). \quad (2.19)$$

Condiciones de frontera

- Pared lateral $r = R$:

$$E_z(R, \phi, z) = 0 \Rightarrow J_m(k_r R) = 0, \quad (2.20)$$

lo que implica

$$k_r = \frac{\chi_{mn}}{R}, \quad (2.21)$$

donde χ_{mn} es la n -ésima raíz positiva de $J_m(x)$.

- Tapas $z = 0$ y $z = L$: Las ondas estacionarias en z cumplen

$$Z(z) = \cos\left(\frac{p\pi z}{L}\right) \text{ o } \sin\left(\frac{p\pi z}{L}\right), \quad k_z = \frac{p\pi}{L}, \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad (2.22)$$

Sustituyendo k_r y k_z en $k^2 = k_r^2 + k_z^2$, la frecuencia angular de resonancia para los modos TM [15] es

$$\omega_{mnp} = c \sqrt{\left(\frac{\chi_{mn}}{R}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{L}\right)^2}, \quad f_{mnp} = \frac{\omega_{mnp}}{2\pi}. \quad (2.23)$$

Modo fundamental TM_{010}

El modo monopolar fundamental TM_{010} corresponde a $m = 0$, $n = 1$ y $p = 0$:

$$\omega_{010} = c \frac{\chi_{01}}{R}, \quad \chi_{01} \approx 2.404825, \quad (2.24)$$

independiente de L [15]. El campo longitudinal correspondiente es:

$$E_z(r) = E_0 J_0\left(\chi_{01} \frac{r}{R}\right), \quad (2.25)$$

mientras que el campo magnético asociado, obtenido de las ecuaciones de Maxwell, es

$$H_\phi(r) = -\frac{i\omega\epsilon_0}{k_r} E_0 J_1\left(\chi_{01} \frac{r}{R}\right), \quad k_r = \frac{\chi_{01}}{R}. \quad (2.26)$$

Y el resto de las componentes,

$$E_r = 0, \quad E_\phi = 0, \quad H_r = 0, \quad H_z = 0. \quad (2.27)$$

El campo longitudinal E_z es máximo en el eje ($J_0(0) = 1$) y nulo en la pared conductora ($J_0(\chi_{01}) = 0$) [15], concentrando el campo eléctrico sobre el eje de la cavidad, lo que lo hace adecuado para aceleración de partículas [20, 22].

Si se desea fijar $f_{010} \approx 2.998$ GHz en vacío, de la Ec. (2.24) se tiene:

$$R = \frac{c}{2\pi} \frac{\chi_{01}}{f_{010}} = \frac{(2.99792458 \times 10^8) \times 2.404825}{2\pi \times 2.998 \times 10^9} \text{ m} \approx 3.69 \text{ cm}, \quad (2.28)$$

confirmando que el radio fija la frecuencia del modo TM_{010} , mientras que la longitud L afecta modos con $p \geq 1$ y parámetros como el volumen y la energía almacenada [20, 22].

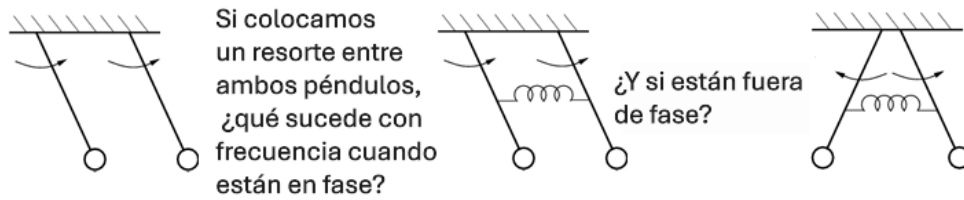


Figura 2.5: Analogía entre cavidades acopladas y osciladores acoplados. El resorte no almacena energía en el primer caso, pero sí lo hace en el segundo, aumentando la frecuencia de oscilación. Ambos casos son conocidos como modos normales [15].

donde ω_0 es la frecuencia resonante de una celda aislada y k el coeficiente de acoplamiento (determinado por aperturas, ranuras de acople lateral, etc.).

Buscamos soluciones estacionarias del tipo:

$$E_n = E_0 e^{in\phi}, \quad (2.30)$$

lo que conduce a la relación de dispersión general:

$$\omega(\phi) = \omega_0 \sqrt{\frac{1 + k \cos \phi}{1 - k \cos \phi}}, \quad (2.31)$$

válida para acoplamientos eléctricos o magnéticos. Para cadenas largas y acoplamiento débil, esta expresión se aproxima por:

$$f(\phi) \approx f_{\pi/2} \sqrt{1 - k \cos(\phi)}, \quad (2.32)$$

que es la forma utilizada comúnmente en aceleradores [23].

Los valores permitidos de ϕ para una estructura de N celdas son:

$$\phi_q = \frac{q\pi}{N-1}, \quad q = 0, 1, \dots, N-1. \quad (2.33)$$

Por tanto, una cadena de N celdas tiene exactamente N modos geométricos.

2.3.2. Modos de oscilación y relaciones de fase en estructuras multicelda

En las estructuras de onda estacionaria, el campo eléctrico en cada celda resulta de la suma vectorial entre la onda avanzada y la onda reflejada, lo que da lugar a la formación de modos de oscilación discretos. Estos modos se definen por el desfase relativo del campo entre celdas consecutivas, pudiendo encontrarse en fase, en oposición de fase o con desfases intermedios.

La cantidad de modos geométricos disponibles es directamente proporcional al número de celdas; por ejemplo, una estructura compuesta por siete celdas presentará exactamente siete modos distintos [23].

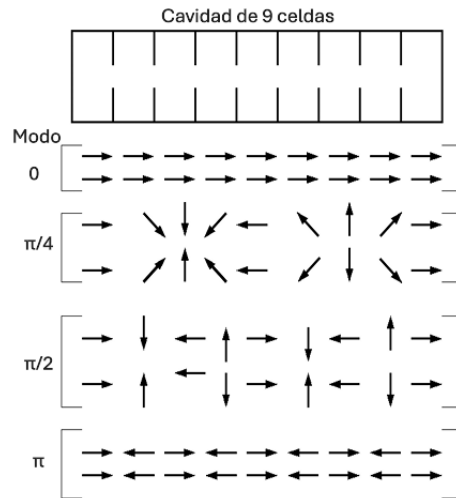


Figura 2.6: Representación de la dirección y magnitud del campo eléctrico para los modos $0, \pi/4, \pi/2$ y π en una estructura de onda estacionaria [23].

Como se ilustra en la Figura 2.6, el modo $\phi = 0$ se caracteriza por tener todas las celdas oscilando en fase, mientras que en el modo $\phi = \pi$ el sentido del campo alterna completamente en cada celda sucesiva. Por su parte, el modo $\phi = \pi/2$ establece un patrón con un desfase de 90° entre celdas, lo que genera una distribución donde la energía alterna regiones de predominio eléctrico y magnético.

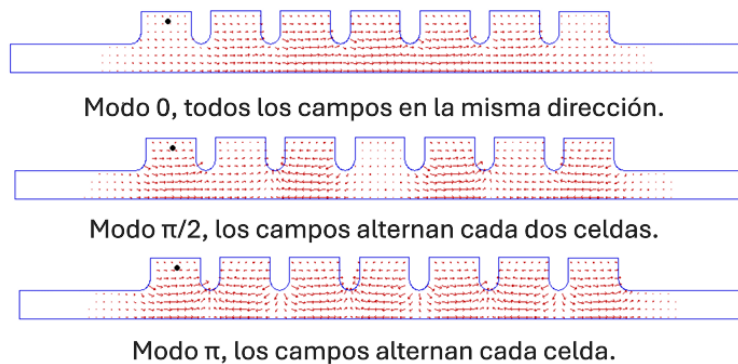


Figura 2.7: Distribución del campo eléctrico en una estructura típica de 7 celdas: (a) modo 0 con celdas en fase, (b) modo $\pi/2$ con alternancia cada dos celdas y (c) modo π con alternancia total [23].

La distribución espacial de estos campos se puede observar con mayor detalle en la Figura 2.7, donde se comparan los perfiles típicos para una cavidad de siete celdas. En dicha comparativa resalta el modo $\pi/2$, el cual exhibe una alternancia cada dos celdas [23].

2.3.3. Cavidades con acoplamiento lateral y su operación en el modo $\pi/2$

El modo $\pi/2$ posee varias propiedades que lo convierten en la opción ideal para estructuras aceleradoras de onda estacionaria. Sin embargo, en su implementación en una cadena de celdas acopladas axialmente presenta una limitación: en este modo, las celdas ubicadas en los nodos de la onda tienen campo eléctrico longitudinal nulo ($E_z \approx 0$), lo que significa que no contribuyen a la aceleración de partículas. Estas celdas sin campo representan volumen y pérdidas RF sin beneficio acelerador, reduciendo la eficiencia de la estructura.

La solución adoptada en las estructuras con acoplamiento lateral consiste en desplazar físicamente las celdas sin campo fuera del eje del haz, convirtiéndolas en celdas de acoplamiento. De este modo, la cadena resultante alterna celdas aceleradoras sobre el eje con celdas de acoplamiento desplazadas lateralmente, como la muestra la Figura 2.8.

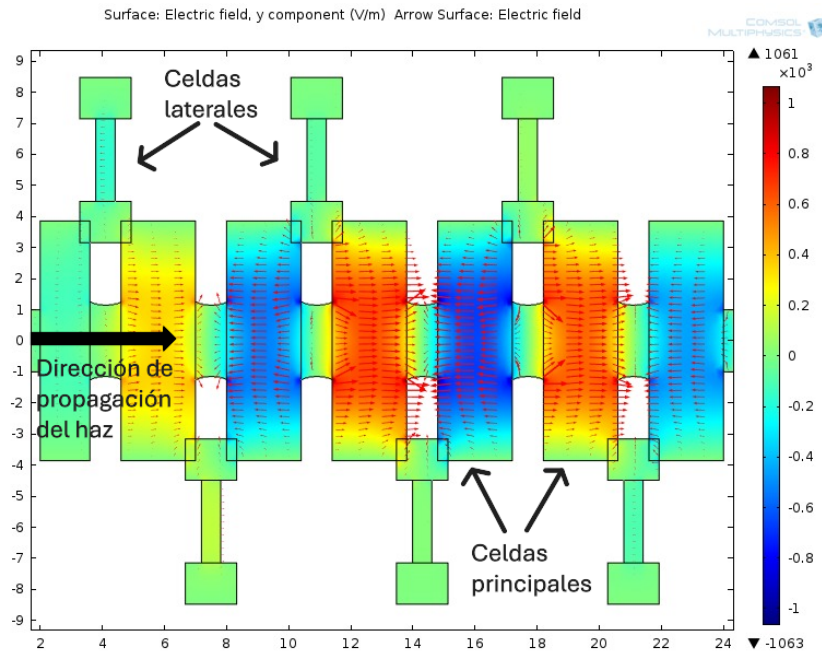


Figura 2.8: Distribución del campo eléctrico en una estructura SCL operando en el modo $\pi/2$. Las celdas aceleradoras sobre el eje presentan una alternancia de fase de 180° entre sí (visible en el patrón de colores y en el sentido de las flechas), equivalente a una operación efectiva en modo π . Las celdas de acoplamiento lateral muestran campo longitudinal prácticamente nulo, actuando exclusivamente como elementos de acoplamiento.

Esta reconfiguración geométrica tiene una consecuencia directa sobre la eficiencia de aceleración. En el modo $\pi/2$ de la estructura completa, el desfase entre celdas consecutivas aceleradora y de acoplamiento es de 90° . Por tanto, el desfase entre dos celdas aceleradoras adyacentes, separadas por una celda de acoplamiento, es de 180° .

Desde la perspectiva de la partícula que viaja por el eje, la estructura se comporta efectivamente como un modo π : el campo eléctrico se invierte exactamente cuando la partícula cruza de una celda aceleradora a la siguiente, manteniéndola siempre en fase con el campo acelerador. Así, la estructura SCL opera en el modo geométrico $\pi/2$ pero obtiene la eficiencia de aceleración característica del modo π .

Las ventajas de esta configuración son múltiples [23]:

- **Máxima estabilidad de frecuencia:** El modo $\pi/2$ se ubica en el centro del espectro de la curva de dispersión. Esto lo hace mínimamente sensible a errores de fabricación o variaciones térmicas que desplacen levemente la frecuencia de alguna celda.
- **Buena separación modal:** Al estar centrado en la banda de paso, el modo $\pi/2$ está más alejado de los modos vecinos que el modo π en una estructura convencional, reduciendo el riesgo de mezclas modales y distorsión del perfil de campo.
- **Celdas de acoplamiento sin campo acelerador:** Las celdas laterales presentan $E_z \approx 0$ y únicamente almacenan energía magnética, proporcionando el acoplamiento necesario sin interferir con el campo sobre el eje del haz.
- **Perfil de campo axial uniforme:** Al concentrar el campo longitudinal exclusivamente en las celdas aceleradoras, se obtiene un gradiente de aceleración más homogéneo a lo largo de la estructura.

En la Fig. 2.8 se muestra la distribución simulada del campo eléctrico en una estructura SCL excitada en el modo $\pi/2$. El campo longitudinal E_z se concentra en las celdas principales, con una alternancia de fase de 180° entre celdas aceleradoras adyacentes, confirmando la operación efectiva en modo π desde el punto de vista del haz. Las celdas laterales, por su parte, exhiben campo longitudinal nulo, cumpliendo exclusivamente su función de acoplamiento. Esta separación funcional entre celdas aceleradoras y celdas de acoplamiento es la característica definitoria de las estructuras SCL y constituye la razón por la cual combinan la estabilidad del modo $\pi/2$ con la eficiencia de aceleración del modo π .

2.4. Parámetros electromagnéticos de cavidades resonantes

Para caracterizar el desempeño de una cavidad resonante de RF es necesario definir una serie de parámetros electromagnéticos que describen la energía almacenada, la eficiencia con la que la cavidad transfiere energía al haz y la intensidad máxima de los campos eléctricos y magnéticos en la superficie.

2.4.1. Energía almacenada y factor de calidad

La energía total almacenada en un modo resonante se define como

$$U = \frac{1}{4} \int_V (\epsilon_0 |\mathbf{E}|^2 + \mu_0 |\mathbf{H}|^2) dV, \quad (2.34)$$

donde \mathbf{E} y \mathbf{H} son los campos eléctricos y magnéticos estacionarios correspondientes al modo en estudio.

Las pérdidas en las paredes metálicas determinan el factor de calidad interno Q_0 , definido como

$$Q_0 = \omega \frac{U}{P_{\text{loss}}}, \quad (2.35)$$

siendo P_{loss} la potencia disipada en las paredes de la cavidad debido a la resistencia superficial del conductor.

Cuando la cavidad está acoplada a un sistema externo (por ejemplo, una guía de onda), se introduce el factor de calidad externo Q_{ext} , asociado a la potencia extraída hacia el exterior [22]. El factor de calidad cargado se define entonces como

$$\frac{1}{Q_L} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{\text{ext}}}. \quad (2.36)$$

La razón entre Q_0 y Q_{ext} determina el grado de acoplamiento de la cavidad,

$$\beta = \frac{Q_0}{Q_{\text{ext}}}, \quad (2.37)$$

que establece si la cavidad está subacoplada ($\beta < 1$), acoplada críticamente ($\beta = 1$) o sobreacoplada ($\beta > 1$).

2.4.2. Impedancia y eficiencia aceleradora

Otra figura de mérito relevante es la impedancia geométrica o razón R/Q , definida como

$$\frac{R}{Q} = \frac{\left(\int_{z_1}^{z_2} E_z dz \right)^2}{\omega U}, \quad (2.38)$$

donde E_z es el campo eléctrico longitudinal sobre el eje de la cavidad. Esta razón depende exclusivamente de la geometría y del modo resonante.

A partir de R/Q se define la impedancia efectiva o *shunt impedance*

$$R = \left(\frac{R}{Q} \right) Q_0 = r_{sh}, \quad (2.39)$$

y la impedancia por unidad de longitud

$$r_{sh}/L = r_{sh,L}, \quad (2.40)$$

que describe la eficiencia con la que la cavidad convierte la potencia de RF en energía útil para el haz.

2.4.3. Gradiente acelerador y factores de pico

El gradiente acelerador se define como

$$E_{acc} = \frac{1}{L} \int_{z_1}^{z_2} E_z dz, \quad (2.41)$$

y representa el campo promedio experimentado por una partícula que atraviesa la cavidad.

En términos de diseño electromagnético, es crucial controlar los factores de pico del campo:

$$\frac{E_{pk}}{E_{acc}}, \quad \frac{B_{pk}}{E_{acc}}, \quad (2.42)$$

ya que determinan los límites de operación antes de que ocurran fenómenos como emisión de campo, calentamiento excesivo en cavidades superconductoras. En cavidades normales como las de este trabajo, estos factores están relacionados con el comportamiento térmico y las pérdidas resistivas.

2.5. Parámetros S

La caracterización experimental de cavidades resonantes de radiofrecuencia a altas frecuencias se realiza comúnmente mediante un analizador de redes vectoriales (*Vector Network Analyzer*, VNA), ya que la medición directa de voltajes y corrientes resulta impráctica en este régimen [3]. En su lugar, el comportamiento electromagnético del sistema se describe mediante los parámetros de dispersión o parámetros S , los cuales relacionan las ondas incidentes, reflejadas y transmitidas en los puertos de un dispositivo de microondas [3, 18].

Los parámetros S se determinan midiendo la magnitud y la fase de las señales incidentes, reflejadas y transmitidas cuando los puertos del dispositivo bajo prueba están terminados en la impedancia característica del sistema [3]. De esta manera, las propiedades de reflexión y transmisión pueden expresarse directamente en términos de ondas viajeras, simplificando la caracterización experimental de dispositivos de alta frecuencia. Los conceptos básicos de reflexión y transmisión se muestran en la Figura 2.9.

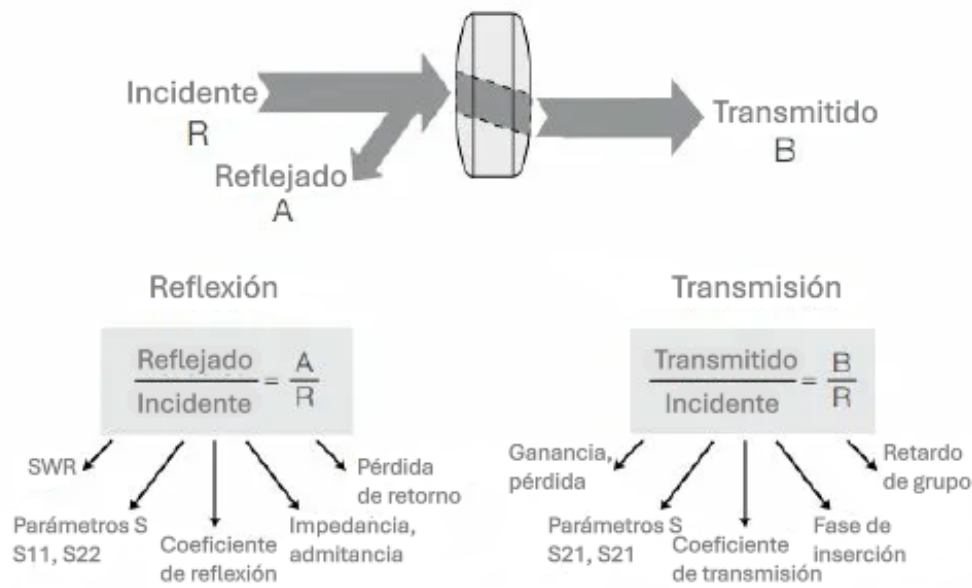


Figura 2.9: Términos comunes en la caracterización de dispositivos de alta frecuencia mediante parámetros S [3].

Para un sistema de dos puertos, los parámetros de dispersión S_{ij} describen la relación entre la onda que emerge del puerto i y la onda incidente en el puerto j , mientras los demás puertos se encuentran adaptados. Matemáticamente se definen como

$$S_{ij} = \frac{b_i}{a_j} \Big|_{a_{k \neq j} = 0}, \quad (2.43)$$

donde a_j representa la onda incidente y b_i la onda saliente [3, 18].

De forma explícita, los cuatro parámetros de dispersión para un dispositivo de dos puertos son [3]:

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1} \Big|_{a_2=0}, \quad \text{coeficiente de reflexión en el puerto 1,} \quad (2.44)$$

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} \Big|_{a_2=0}, \quad \text{coeficiente de transmisión directa,} \quad (2.45)$$

$$S_{22} = \frac{b_2}{a_2} \Big|_{a_1=0}, \quad \text{coeficiente de reflexión en el puerto 2,} \quad (2.46)$$

$$S_{12} = \frac{b_1}{a_2} \Big|_{a_1=0}, \quad \text{coeficiente de transmisión inversa.} \quad (2.47)$$

La interpretación física de estos parámetros se ilustra en la Figura 2.10, donde se muestran las ondas incidentes y reflejadas en cada puerto del sistema.

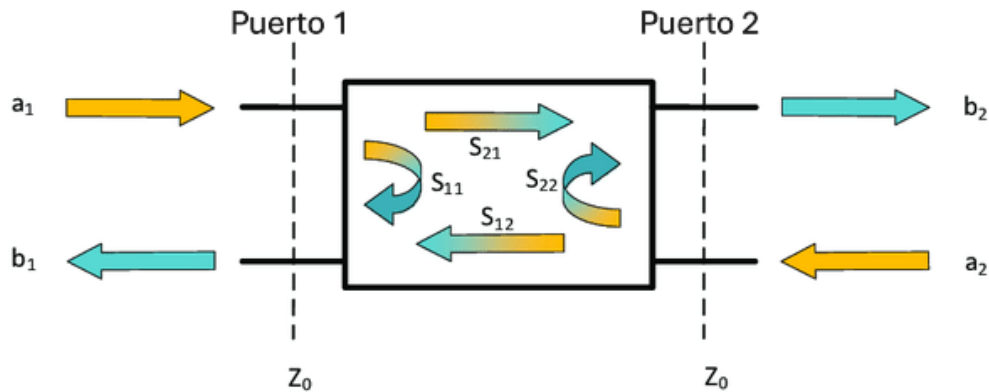


Figura 2.10: Diagrama representativo de los parámetros de dispersión para un dispositivo de dos puertos [3].

En este trabajo experimental se empleó principalmente el parámetro S_{11} , el cual representa la razón entre la señal reflejada y la señal incidente en el puerto de entrada, estando directamente relacionado con la impedancia efectiva de la cavidad resonante. Las frecuencias de resonancia se identifican como mínimos en la magnitud de S_{11} , condición en la cual la energía electromagnética se acopla eficientemente hacia la cavidad.

Esta propiedad se utiliza en la implementación de la técnica *bead-pull*, donde una pequeña perturbación introducida dentro de la cavidad modifica localmente la energía electromagnética almacenada y produce un corrimiento en la frecuencia de resonancia. Al medir el cambio de la frecuencia resonante a partir del desplazamiento del mínimo de S_{11} en función de la posición del volumen perturbador, es posible reconstruir experimentalmente la distribución longitudinal del campo eléctrico dentro de la cavidad resonante.

2.6. Fundamento de la técnica *bead-pull*

Las mediciones *bead-pull* nos permiten determinar la magnitud de los campos eléctrico y magnético dentro de una cavidad resonante. La técnica consiste en introducir una pequeña perturbación en los campos que resuenan en la cavidad, lo cual provoca un cambio en los parámetros de ésta, en particular de la frecuencia de resonancia[3, 22, 24].

Dicha perturbación puede ser introducida de dos maneras distintas. El primer método consiste en introducir pequeña cuenta dieléctrica, lo cual provoca cambios en la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética dentro de la cavidad. La segunda opción es introducir una pequeña cuenta metálica, ocasionando un pequeño cambio en el volumen interno de la cavidad.

Estas perturbaciones pueden ser cuantificadas. Los campos dentro de la cavidad antes de la perturbación se pueden expresar como:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i\omega t}, \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i\omega t}, \quad (2.48)$$

donde \mathbf{E}_0 y \mathbf{H}_0 son funciones de la posición antes de la perturbación. Después de la perturbación, los cambios en los campos son \mathbf{E}_1 y \mathbf{H}_1 , y el cambio en la frecuencia es $\Delta\omega$, así los campos perturbados son:

$$\mathbf{E}' = (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1) e^{i(\omega + \Delta\omega)t}, \quad \mathbf{H}' = (\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1) e^{i(\omega + \Delta\omega)t}, \quad (2.49)$$

donde $E_1 \ll E_0$ y $H_1 \ll H_0$, pues consideramos perturbaciones pequeñas. Tenemos de las ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.50)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}. \quad (2.51)$$

Ahora aplicamos las Ecs. 2.48 y 2.49 en la Ec. 2.50 y obtenemos

$$\nabla \times \mathbf{E}_0 = -i\omega\mathbf{B}_0, \quad (2.52)$$

$$\nabla \times (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1) = -i(\omega + \Delta\omega)(\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1). \quad (2.53)$$

Restamos la Ec. 2.52 a la Ec. 2.53 y obtenemos,

$$\nabla \times \mathbf{E}_1 = -i\omega\mathbf{B}_1 - i\Delta\omega(\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1), \quad (2.54)$$

Hacemos lo análogo para la ecuación de Maxwell de \mathbf{H} y obtenemos,

$$\nabla \times \mathbf{H}_0 = i\omega\mathbf{D}_0, \quad (2.55)$$

$$\nabla \times (\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1) = i(\omega + \Delta\omega)(\mathbf{D}_0 + \mathbf{D}_1), \quad (2.56)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_1 = i(\omega\mathbf{D}_1 + \Delta\omega(\mathbf{D}_0 + \mathbf{D}_1)). \quad (2.57)$$

Ahora multiplicamos el conjugado de \mathbf{H}_0 por la Ec. 2.54 y el conjugado de \mathbf{E}_0 por la Ec. 2.57 y obtenemos

$$\mathbf{H}_0^* \cdot \nabla \times \mathbf{E}_1 = -i [\omega\mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_1 + \Delta\omega\mathbf{H}_0^* \cdot (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1)], \quad (2.58)$$

$$\mathbf{E}_0^* \cdot \nabla \times \mathbf{H}_1 = i [\omega\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_1 + \Delta\omega\mathbf{E}_0^* \cdot (\mathbf{D}_0 + \mathbf{D}_1)]. \quad (2.59)$$

Y hacemos la resta de la Ec. 2.59 y la Ec. 2.58 para obtener,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0^* \cdot \nabla \times \mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_0^* \cdot \nabla \times \mathbf{E}_1 &= i\omega(\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_1 + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_1) \\ &\quad + i\Delta\omega [(\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_0 + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_0) + (\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_1 + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_1)]. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Tenemos la siguiente identidad vectorial

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B}), \quad (2.61)$$

y la aplicamos en la siguiente operación,

$$\begin{aligned}
\nabla \cdot (\mathbf{E}_0^* \times \mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E}_1) &= \nabla \cdot (\mathbf{E}_0^* \times \mathbf{H}_1) - \nabla \cdot (\mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E}_1) \\
&= \mathbf{H}_1 \cdot \nabla \times \mathbf{E}_0^* - \mathbf{E}_0^* \cdot \nabla \times \mathbf{H}_1 - (\mathbf{E}_1 \cdot \nabla \times \mathbf{H}_0^* - \mathbf{H}_0^* \cdot \nabla \times \mathbf{E}_1) \\
&= \mathbf{H}_1 \cdot (i\omega \mathbf{B}_0^*) - \mathbf{E}_0^* \cdot \nabla \times \mathbf{H}_1 - (\mathbf{E}_1 \cdot (-i\omega \mathbf{D}_0^*) - \mathbf{H}_0^* \cdot \nabla \times \mathbf{E}_1) \\
&= i\omega \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{B}_0^* + i\omega \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{D}_0^* - (\mathbf{E}_0^* \cdot \nabla \times \mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_0^* \cdot \nabla \times \mathbf{E}_1)
\end{aligned} \tag{2.62}$$

donde se hizo uso de las Ecs. 2.52 y 2.55. Ahora reordenamos para obtener

$$(\mathbf{E}_0^* \cdot \nabla \times \mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_0^* \cdot \nabla \times \mathbf{E}_1) = i\omega(\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{B}_0^* + \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{D}_0^*) - \nabla \cdot (\mathbf{E}_0^* \times \mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E}_1), \tag{2.63}$$

y combinamos las Ecs. 2.60 y 2.63 para obtener

$$\begin{aligned}
&i\omega \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{B}_0^* + i\omega \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{D}_0^* - \nabla \cdot (\mathbf{E}_0^* \times \mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E}_1) \\
&= i\omega(\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_1 + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_1) + i\Delta\omega [(\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_0 + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_0) + (\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_1 + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_1)].
\end{aligned} \tag{2.64}$$

Ahora integramos sobre todo el volumen de la cavidad V_0 en ambos lados de la Ec. 2.64 y reordenamos,

$$\begin{aligned}
&i\Delta\omega \iiint_{V_0} [(\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_0 + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_0) + (\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_1 + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_1)] dV \\
&= i\omega \iiint_{V_0} [(\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{D}_0^* - \mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_1) + (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{B}_0^* - \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_1)] dV \\
&- \iiint_{V_0} \nabla \cdot (\mathbf{E}_0^* \times \mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E}_1) dV.
\end{aligned} \tag{2.65}$$

De acuerdo con el teorema de la divergencia,

$$\iiint_{V_0} \nabla \cdot (\mathbf{E}_0^* \times \mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E}_1) dV = \oiint_{S_0} (\mathbf{E}_0^* \times \mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_0^* \times \mathbf{E}_1) \cdot d\mathbf{s}. \tag{2.66}$$

En una pared PEC, el campo eléctrico tangencial se anula ($\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} = \mathbf{0}$), por lo que $(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}) \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0$

y, en consecuencia, la integral de superficie es cero.

De esta forma podemos obtener la expresión exacta para el cambio relativo en frecuencia en la cavidad debido a las perturbaciones:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta f}{f} = \frac{\iiint_{V_0} [(\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{D}_0^* - \mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_1) + (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{B}_0^* - \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_1)] dV}{\iiint_{V_0} [(\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_0 + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_0) + (\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_1 + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_1)] dV}, \quad (2.67)$$

donde \mathbf{D} es el vector de desplazamiento eléctrico, y \mathbf{B} es el campo de inducción magnética, cada uno con sus respectivos conjugados. Como $D_1 \ll D_0$ y $B_1 \ll B_0$, el segundo término en el denominador se aproxima a cero. Asimismo, \mathbf{E}_1 , \mathbf{D}_1 , \mathbf{H}_1 , y \mathbf{B}_1 en el volumen $V_0 - V_1$, donde V_0 es el volumen de la cavidad y V_1 el volumen de la cuenta, son aproximadamente iguales a sus valores en el volumen V_0 . Así, el numerador se puede aproximar solamente sobre el volumen V_1 . Y tenemos:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\iiint_{V_1} [(\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{D}_0^* - \mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_1) + (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{B}_0^* - \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_1)] dV}{\iiint_{V_0} (\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_0 + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_0) dV}. \quad (2.68)$$

Si V_1 es un volumen metálico, entonces dentro de V_1 tenemos

$$\mathbf{E}' = 0, \quad \mathbf{D}' = \mathbf{D}_0, \quad \mathbf{B}' = 0, \quad \mathbf{H}' = \mathbf{H}_0. \quad (2.69)$$

Entonces el campo cambia dentro de V_1 de la siguiente manera

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}' - \mathbf{E}_0 = -\mathbf{E}_0, \quad \mathbf{D}_1 = \mathbf{D}' - \mathbf{D}_0 = 0, \quad (2.70)$$

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}' - \mathbf{B}_0 = -\mathbf{B}_0, \quad \mathbf{H}_1 = \mathbf{H}' - \mathbf{H}_0 = 0. \quad (2.71)$$

Aplicamos las Ecs. 2.70 y 2.71 a la Ec. 2.68, y obtenemos el cambio en la frecuencia de resonancia de la cavidad debido a una perturbación metálica,

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\iiint_{V_1} (\mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_0 - \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{D}_0^*) dV}{\iiint_{V_0} (\mathbf{E}_0^* \cdot \mathbf{D}_0 + \mathbf{H}_0^* \cdot \mathbf{B}_0) dV}. \quad (2.72)$$

Si V_1 se deforma de tal modo que se puede considerar como una perturbación pequeña, la nueva superficie S_1 es paralela a la superficie original S_0 , es decir, la pared se desplaza una pequeña distancia normal δn sin cambiar su forma general. Esta región comprendida entre S_0 y S_1 constituye un volumen diferencial de perturbación δV . Dado que esta región corresponde

a una pared metálica, dentro de ella los campos se relacionan como en un conductor perfecto, y tenemos

$$\mathbf{B}_0 = \mu \mathbf{H}_0, \quad \mathbf{D}_0 = \varepsilon \mathbf{E}_0. \quad (2.73)$$

Aplicamos la Ec. 2.73 en la Ec. 2.72 y obtenemos

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\iiint_{\delta V} (\mu |\mathbf{H}_0|^2 - \varepsilon |\mathbf{E}_0|^2) dV}{\iiint_{V_0} (\mu |\mathbf{H}_0|^2 + \varepsilon |\mathbf{E}_0|^2) dV}, \quad (2.74)$$

En la Ec. 2.74, el denominador es igual a $4U$, donde

$$U = \frac{1}{4} \iiint_{V_0} (\varepsilon |E_0|^2 + \mu |H_0|^2) dV \quad (2.75)$$

es la energía almacenada en la cavidad. De modo que:

$$\iiint_{V_0} (\mu |\mathbf{H}_0|^2 + \varepsilon |\mathbf{E}_0|^2) dV = 4U, \quad (2.76)$$

y la Ec. (2.74) se reduce a:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{4U} \iiint_{\delta V} (\mu |\mathbf{H}_0|^2 - \varepsilon |\mathbf{E}_0|^2) dV. \quad (2.77)$$

Si la perturbación es producida por una *bead* metálica esférica de radio a , los campos dentro de δV pueden considerarse uniformes:

$$\mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \approx \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0), \quad \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) \approx \mathbf{H}_0(\mathbf{r}_0), \quad (2.78)$$

debido a que el volumen de la esfera es pequeño comparado con el volumen total de la cavidad.

Para una esfera conductora perfecta inmersa en campos uniformes, la teoría cuasiestática establece que las polarizabilidades eléctrica y magnética son:

$$\alpha_e = 4\pi a^3, \quad \alpha_m = -2\pi a^3. \quad (2.79)$$

Usando estas polarizabilidades, el cambio en la energía debido a la presencia de la esfera está dado por:

$$\iiint_{\delta V} (\mu_0 |\mathbf{H}_0|^2 - \varepsilon_0 |\mathbf{E}_0|^2) dV = 4\pi a^3 \left(\frac{\mu_0}{2} |\mathbf{H}_0|^2 - \varepsilon_0 |\mathbf{E}_0|^2 \right). \quad (2.80)$$

Sustituyendo la Ec. (2.80) en la Ec. (2.77) obtenemos:

$$U \frac{\Delta f}{f} = \pi a^3 \left(\frac{\mu_0}{2} |\mathbf{H}_0|^2 - \varepsilon_0 |\mathbf{E}_0|^2 \right). \quad (2.81)$$

Ahora consideramos el caso particular de un modo monopolar TM, donde sobre el eje de la cavidad ($r = 0$) se cumple que:

$$\mathbf{H}_0(r = 0) = \mathbf{0}. \quad (2.82)$$

Aplicando la Ec. (2.82) a la Ec. (2.81) obtenemos:

$$U \frac{\Delta f}{f} = -\pi a^3 \varepsilon_0 |\mathbf{E}_z|^2. \quad (2.83)$$

Finalmente, despejamos $|\mathbf{E}_z|$:

$$|\mathbf{E}_z|^2 = \frac{U}{\pi a^3 \varepsilon_0} \left| \frac{\Delta f}{f} \right|, \quad (2.84)$$

y tomando raíz cuadrada:

$$|\mathbf{E}_z| = \sqrt{\frac{U}{\pi a^3 \varepsilon_0}} \sqrt{\left| \frac{\Delta f}{f} \right|}. \quad (2.85)$$

Y como π , a , ε_0 y U son todos constantes, podemos escribir

$$|E_z| \propto \sqrt{\left| \frac{\Delta f}{f} \right|}. \quad (2.86)$$

De esta manera podemos observar que la magnitud del campo eléctrico longitudinal $|E_z|$ es proporcional al cambio en la frecuencia de resonancia producido al introducir una perturbación en la cavidad. Para nuestro caso, donde queremos conocer el perfil de campo eléctrico en el eje de la cavidad para el modo TM_{010} , la Ec. 2.86 constituye la relación fundamental de la técnica de medición *bead-pull*.

Capítulo 3

Diseño y simulación de la cavidad

El diseño de la estructura aceleradora para este trabajo se centra en una cavidad con acoplamiento lateral, seleccionada por su alta eficiencia y estabilidad en aplicaciones médicas compactas [17]. El estudio parte de un modelo simplificado de tres celdas, como se puede observar en la Figura 3.1, para validar el comportamiento electromagnético inicial y la sintonía de las cavidades, para posteriormente migrar a una estructura completa de trece celdas. Esta progresión permite un control riguroso sobre el acoplamiento antes de escalar el sistema a su configuración final [17].

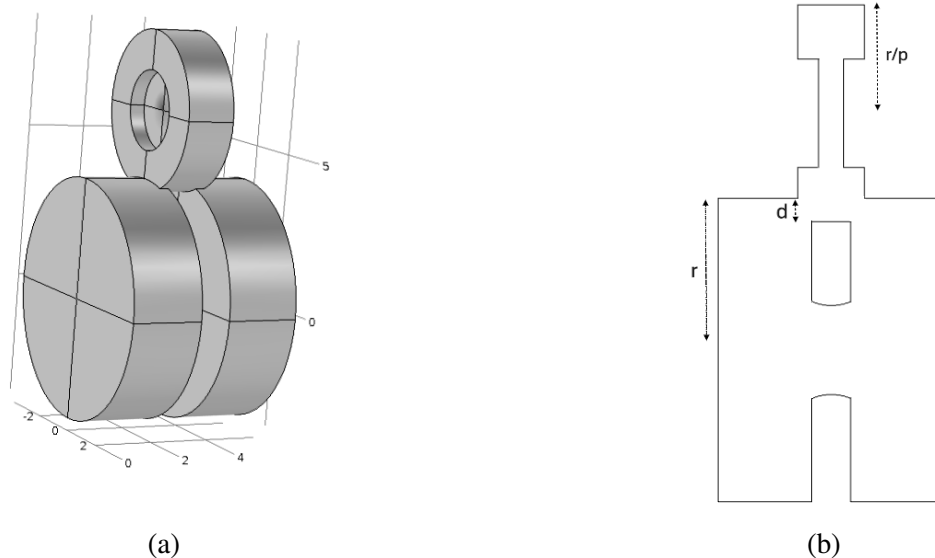


Figura 3.1: Configuración inicial de la cavidad. Tenemos: (a) una vista 3D de la cavidad conformada por dos celdas de aceleración y una de acople y (b) una vista de un corte longitudinal de la misma.

Los valores iniciales de los parámetros que se muestran en la Figura 3.1 (b) se fijaron en $r = 3.906$ cm, $p = 1.5$ (este valor indica la proporción entre el radio de las celdas principales y el radio de la celda lateral) y $d = 0.4$ cm. A partir de estos valores se hicieron el estudio de mallado y el primer barrido paramétrico.

La operación de la cavidad se establece en una frecuencia de resonancia de 2.998 GHz, correspondiente a la banda S, utilizando el modo transversal magnético TM_{010} . Una decisión fundamental en este diseño es la elección del modo $\pi/2$ para la aceleración de las partículas. Esta se justifica debido a que en estructuras con acoplamiento lateral permite combinar la alta eficiencia de aceleración del modo π con la estabilidad propia del modo $\pi/2$ frente a errores de sintonía [25].

Para llevar a cabo el análisis y la optimización de la geometría, se utiliza el software COMSOL Multiphysics a través de su módulo RF. Esta herramienta es ideal para este tipo de diseño debido a su precisión en el cálculo de frecuencias propias y la distribución de campos eléctricos y magnéticos en estructuras complejas. El uso de este entorno permite simular las frecuencias de resonancia, la *shunt impedance* y el perfil de campo eléctrico longitudinal, garantizando que el diseño final sea físicamente viable y eficiente para su implementación [2].

3.1. Estudio del mallado

Para obtener resultados precisos en la simulación, se realizó un análisis comparativo de diferentes configuraciones de mallado, evaluando su impacto en las frecuencias de resonancia de los modos de interés (0, $\pi/2$, y π) y en el tiempo de cómputo. Este estudio permite identificar un balance óptimo entre precisión y eficiencia computacional, seleccionando el mallado que maximice la exactitud de los resultados sin aumentar innecesariamente el tiempo de procesamiento. En la Tabla 3.1 se muestran los tamaños máximos y mínimos de elemento para cada tipo de mallado empleado en las simulaciones de este estudio.

Mallado	Tamaño máx. de elemento [cm]	Tamaño mín. de elemento [cm]
Extremadamente grueso	6.31	0.883
Extra grueso	3.79	0.681
Más grueso	2.4	0.505
Grueso	1.89	0.353
Normal	1.26	0.227
Fino	1.0.1	0.126
Más fino	0.694	0.0505
Extra fino	0.442	0.0189
Extremadamente fino	0.252	0.00252

Tabla 3.1: Tamaño máximo y mínimo de elemento para cada configuración de mallado.

3.1.1. Resultados del estudio de mallado

En la Tabla 3.2, se presentan los valores de frecuencia de resonancia obtenidos para cada modo, así como los tiempos de cómputo correspondientes para cada configuración de mallado. Se observa que el tiempo de cómputo incrementa conforme el mallado se hace más fino. Igualmente, las frecuencias muestran una tendencia creciente en relación a la resolución de la malla.

Mallado	Frecuencia f_1 [GHz]	Frecuencia f_2 [GHz]	Frecuencia f_3 [GHz]	Tiempo t [s]
Extremadamente grueso	2.872941	2.970804	2.976555	2
Extra grueso	2.859141	2.971215	2.977644	2
Más grueso	2.879696	2.971138	2.975378	3
Grueso	2.944171	2.975670	2.988227	3
Normal	2.945978	2.975344	2.991439	4
Fino	2.946118	2.975532	2.992380	6
Más fino	2.945059	2.975486	2.991398	10
Extra fino	2.947725	2.975441	2.996362	41
Extremadamente fino	2.949180	2.975523	2.999254	329

Tabla 3.2: Datos de frecuencia de resonancia y tiempo de cómputo para cada configuración de mallado.

Para visualizar estos datos, la Figura 3.2 muestra las gráficas de los valores de frecuencia y tiempo de cómputo según el mallado, permitiendo identificar la variación de las frecuencias y el costo computacional con cada configuración. Podemos destacar dos aspectos claves: la estabilidad de la frecuencia de resonancia del modo $\pi/2$ y el comportamiento exponencial del tiempo de cómputo al refinar la malla.

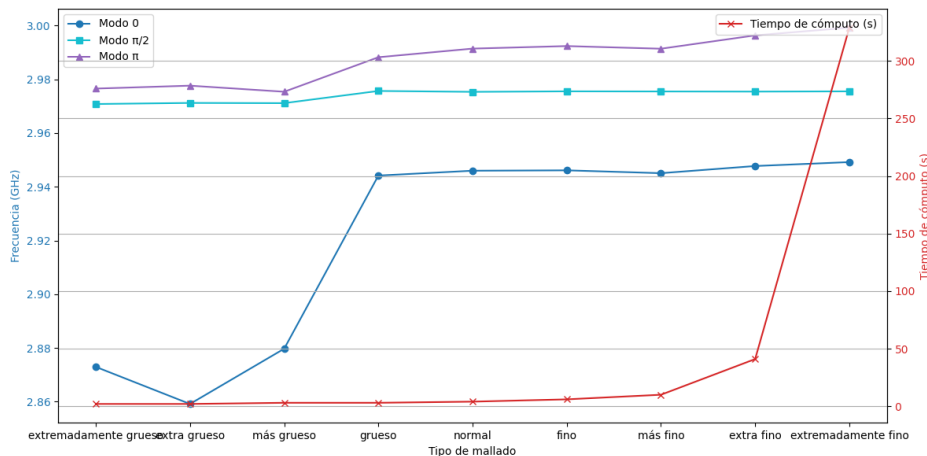


Figura 3.2: Frecuencias de resonancia y tiempo de cómputo para cada mallado.

3.1.2. Análisis de porcentajes de cambio

En la Tabla 3.3, se muestran los porcentajes absolutos de cambio en las frecuencias de cada modo ($100 \cdot |f_0 - f|/f_0$) y en el tiempo de cómputo al aumentar la resolución del mallado, tomando como primera referencia la configuración extremadamente grueso.

Mallado	Cambio % Frecuencia Modo 0	Cambio % Frecuencia Modo $\pi/2$	Cambio % Frecuencia Modo π	Cambio % Tiempo de Cómputo
Extremadamente Grueso	0	0	0	0
Extra Grueso	0.48	0.014	0.037	0
Menos Grueso	0.72	0.0026	0.076	50
Grueso	2.24	0.153	0.432	0
Normal	0.061	0.011	0.107	33.33
Fino	0.0048	0.0063	0.031	50
Más Fino	0.036	0.0015	0.033	66.67
Extra Fino	0.091	0.0015	0.166	310
Extremadamente Fino	0.049	0.0028	0.097	702.44

Tabla 3.3: Porcentajes absolutos de cambio en las frecuencias de resonancia y en el tiempo de cómputo para cada configuración de mallado.

En la Figura 3.3 se grafican los datos de la Tabla 3.3. Se confirma la estabilidad del modo $\pi/2$, ahora con las variaciones de frecuencia entre un mallado y el anterior. Igualmente se observa el comportamiento exponencial del tiempo de cómputo, creciendo significativamente a partir del mallado extra fino.

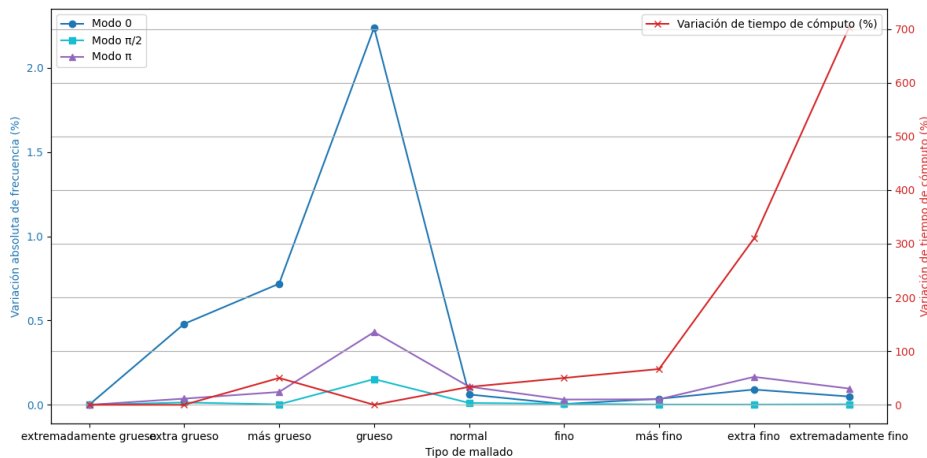


Figura 3.3: Gráfica de los porcentajes absolutos de cambio en las frecuencias de resonancia y tiempo de cómputo para cada mallado.

3.1.3. Selección del mallado

Se selecciona el mallado fino como referencia para las simulaciones, dado que presenta una variación de frecuencia del modo $\pi/2$ de 0.0063 %, indicando convergencia en malla. Refinamientos posteriores no justifican su costo computacional, ya que a partir del mallado más

fino la variación de frecuencia se estabiliza por debajo de 0.002 % sin mejoras significativas, mientras que el tiempo de cómputo se incrementa hasta un 702 % en el caso extremo. Por lo tanto, el mallado fino representa el balance óptimo entre precisión numérica y eficiencia computacional.

El estudio de mallado realizado retiene su validez para las diferentes configuraciones evaluadas en el barrido paramétrico. En COMSOL, los tipos de mallado son definidos de forma relativa a las dimensiones características de la geometría, por lo que el nivel de discretización se ajusta proporcionalmente ante cambios en las dimensiones del modelo. Dado que la topología de la cavidad permanece invariante en todo el barrido y las variaciones geométricas introducidas son moderadas, se considera que el mallado fino garantiza un nivel de discretización equivalente en todas las configuraciones estudiadas [1, 2].

3.2. Análisis del primer barrido paramétrico

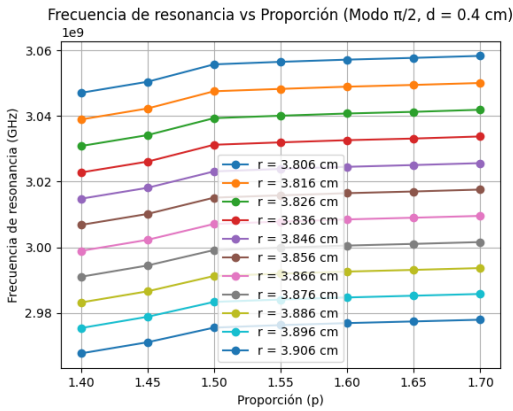
En esta sección, presentamos los resultados del primer barrido paramétrico realizado sobre la cavidad resonante en el modo $\pi/2$, variando la proporción p , el radio de la cavidad principal r , y la profundidad de inserción d . A continuación, se muestra un mosaico de gráficas de frecuencia de resonancia en función de la proporción p para diferentes valores de d .

3.2.1. Análisis de resultados

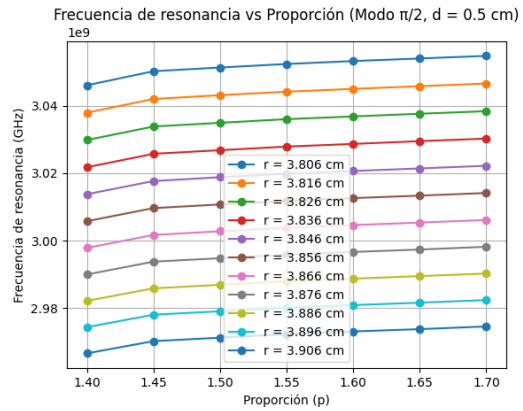
En este análisis, se investigó el comportamiento de la frecuencia de resonancia en el modo $\pi/2$ con respecto a los parámetros geométricos de la cavidad: el radio de la cavidad r , la profundidad de inserción d , y la proporción p . A continuación, se presentan las observaciones principales sobre cómo cada parámetro afecta la frecuencia de resonancia.

- **Comportamiento de la frecuencia en función de los parámetros:** En la Figura 3.4 podemos observar que las frecuencias disminuyen cuando aumentan el radio r y la profundidad de inserción d y aumentan cuando la proporción p decrece.
- **Mayor sensibilidad de la frecuencia a cambios en el radio r :** Las frecuencias de resonancia son más sensibles a cambios en el radio r en comparación con los otros parámetros. Esto indica que el radio tiene un papel dominante en la determinación de la frecuencia de resonancia en este sistema, esto debido a su impacto directo en el radio de la cavidad, de acuerdo con la Ec. 2.24.

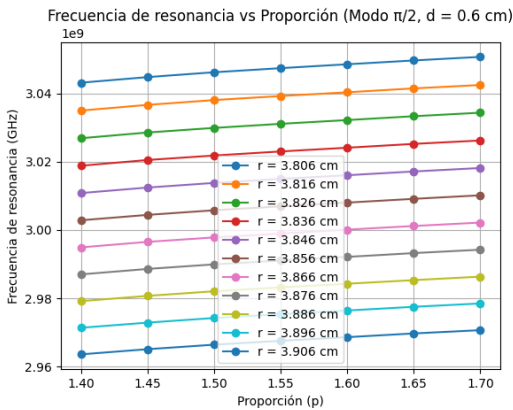
- Sensibilidad de la frecuencia a cambios en p en función de d :** Cuando la profundidad de inserción d es mayor, las frecuencias son más sensibles a cambios en la proporción p . Sin embargo, existe una región particular en el intervalo $p \in [1.4, 1.5]$, donde la frecuencia muestra una mayor sensibilidad a p cuando d es menor. Esta excepción sugiere que en este rango de p ocurre un acoplamiento particular o una resonancia parcial que intensifica la sensibilidad a p en profundidades menores.



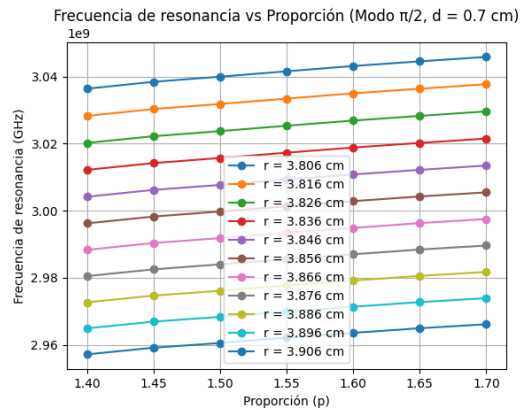
(a) $d = 0.4$ cm



(b) $d = 0.5$ cm



(c) $d = 0.6$ cm

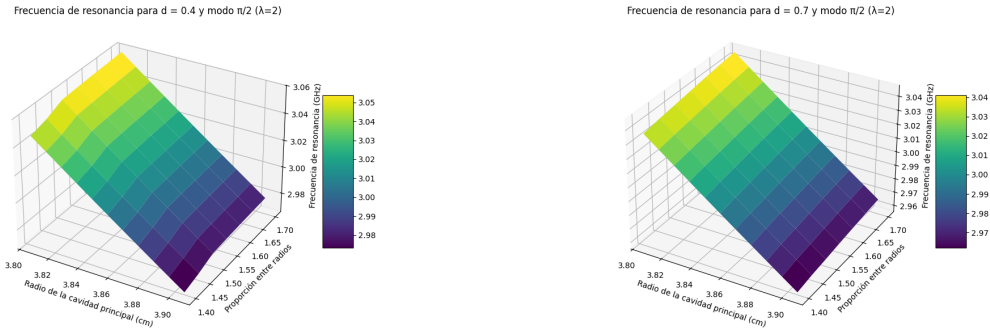


(d) $d = 0.7$ cm

Figura 3.4: Frecuencia de resonancia en función de la proporción p para diferentes valores de d en el modo $\pi/2$.

La Figura 3.5 presenta una comparación visual de la frecuencia de resonancia en función del radio r y la proporción p para profundidades fijas de $d = 0.4$ cm y $d = 0.7$ cm. Estos gráficos permiten observar cómo:

- En ambos casos, la frecuencia disminuye al aumentar el radio r , reflejando una sensibilidad alta a este parámetro.
- Con un aumento en la profundidad d , la frecuencia se vuelve más sensible a los cambios en la proporción p , especialmente para valores de p bajos.



(a) Frecuencia de resonancia para $d = 0.4$ cm (b) Frecuencia de resonancia para $d = 0.7$ cm

Figura 3.5: Comparación de la frecuencia de resonancia en función de r y p para dos valores de profundidad d . La escala de colores representa la frecuencia. Se observa la relación inversamente proporcional entre dicha frecuencia y el radio r .

3.2.2. Combinaciones óptimas de parámetros para la frecuencia de diseño

Se seleccionaron combinaciones de r , p y d donde el modo $\pi/2$ presenta una frecuencia de resonancia dentro del rango de 2.9975 a 2.9985 GHz. La Tabla 3.4 muestra las combinaciones resultantes tras aplicar el filtro, incluyendo los modos 0 y π .

3.2.3. Visualización de campo eléctrico para las combinaciones filtradas

En las Figuras 3.6 y 3.7 se presentan gráficos que muestran la distribución de la intensidad y dirección del campo eléctrico para las combinaciones #1 y #2 de la Tabla 3.4, respectivamente. Estas visualizaciones permiten analizar el comportamiento del campo en el modo $\pi/2$, destacando las diferencias entre las configuraciones. En ambos casos, y en las figuras siguientes donde se presente un corte longitudinal de la cavidad, los ejes están en unidades de cm.

#	r (cm)	p	d (cm)	Modo 0 (GHz)	Modo $\pi/2$ (GHz)	Modo π (GHz)
1	3.856	1.45	0.70	2.978562	2.998276	3.156892
2	3.866	1.40	0.45	2.985734	2.998338	3.157982
3	3.866	1.40	0.50	2.983145	2.997846	3.155789
4	3.866	1.40	0.55	2.980987	2.997518	3.154236
5	3.866	1.50	0.60	2.982324	2.997801	3.156432
6	3.866	1.60	0.65	2.979876	2.997561	3.154987
7	3.866	1.70	0.70	2.985907	2.997540	3.156893
8	3.876	1.55	0.45	2.981347	2.997937	3.087005
9	3.876	1.70	0.50	2.986787	2.998196	3.359185

Tabla 3.4: Combinaciones geométricas filtradas donde el modo $\pi/2$ presenta frecuencias en el rango [2.9975, 2.9985] GHz, con las frecuencias correspondientes para los modos 0 y π .

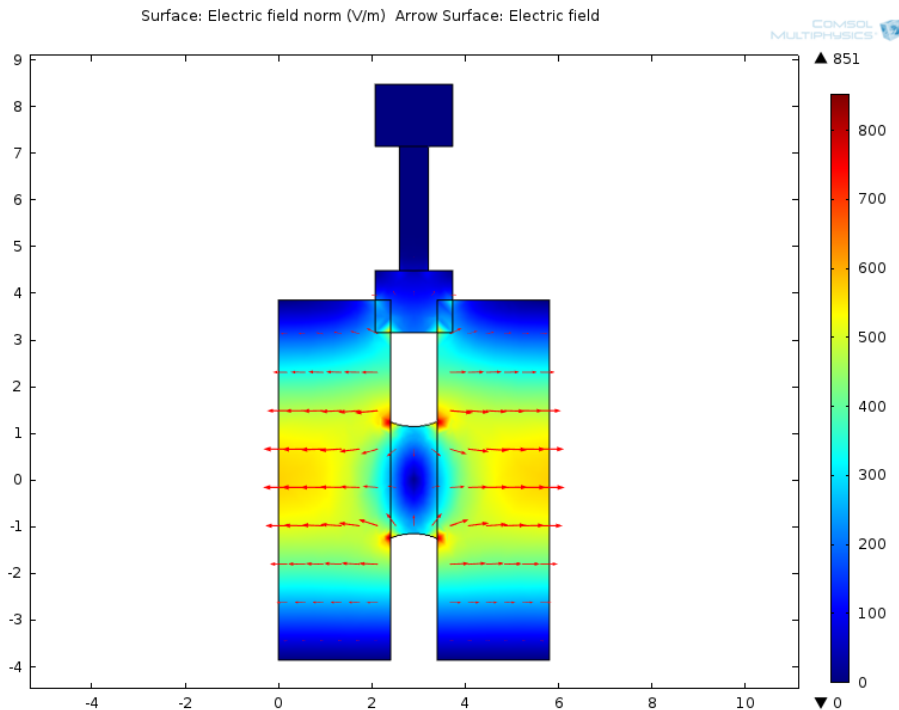


Figura 3.6: Distribución de intensidad y dirección del campo eléctrico en el modo $\pi/2$ para la combinación #1 de la Tabla 3.4.

La geometría mostrada en las Figuras 3.6 y 3.7 representa la misma descrita en la Figura 3.1(b), donde la escala de colores describe el valor absoluto de la amplitud del campo eléctrico longitudinal ($|E_z|$) y las flechas rojas la dirección de éste.

Al examinar la combinación #2, se observa que el comportamiento del campo eléctrico en la celda lateral no corresponde al esperado para el modo $\pi/2$. Específicamente, el campo en la cavidad lateral no es nulo, lo cual contradice las características teóricas del modo $\pi/2$,

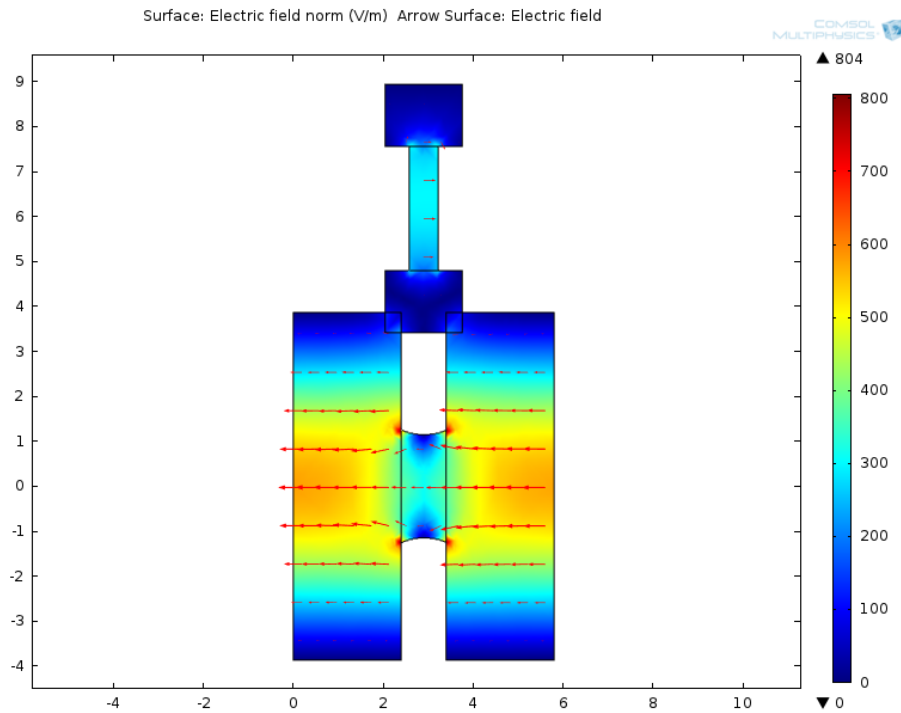


Figura 3.7: Distribución de intensidad y dirección del campo eléctrico en el modo $\pi/2$ para la combinación #2 de la Tabla 3.4.

y las líneas de campo eléctrico no apuntan en direcciones opuestas dentro de las cavidades principales, como se esperaría para este modo. Debido a estas observaciones, y con el objetivo de garantizar que el análisis se centre exclusivamente en configuraciones donde el modo $\pi/2$ se manifieste adecuadamente, se excluye esta combinación de análisis posteriores, al igual que las #3 y #4, que presentan las mismas características. Por otro lado, la combinación #1 presenta las características esperadas del modo $\pi/2$ en este tipo de estructuras: campo nulo en la celda lateral y las líneas de campo en direcciones opuestas en las celdas principales. Es por esto que dicha combinación, al igual que la #5, #6, #7, #8 y #9, se seguirán analizando en estudios posteriores.

3.2.4. Análisis de diferencias entre modos

El análisis de las diferencias de frecuencia entre el modo $\pi/2$ y los modos 0 y π es fundamental para evaluar el nivel de aislamiento del modo operativo. Un buen aislamiento garantiza que la cavidad funcione de manera estable en el modo $\pi/2$, evitando el acoplamiento no deseado con los modos vecinos, lo cual podría degradar la aceleración o introducir inestabilidades. En particular, el aislamiento requerido está relacionado con la tolerancia en frecuencia de la

fuente de RF. Como referencia se considera el magnetrón MG5125 de banda S, cuyo rango de operación se extiende de 2993 MHz a 3002 MHz alrededor de la frecuencia nominal de 2998 MHz, con una desviación máxima de 5 MHz por debajo del valor nominal [26]. Esto significa que, aunque se intente excitar exactamente a 2998 MHz, la frecuencia real puede desplazarse espontáneamente hasta 5 MHz por debajo de ese valor. En términos prácticos, cualquier modo de la cavidad que se encuentre dentro de esa desviación podría ser excitado accidentalmente. Por ello, los modos vecinos deben situarse a una distancia mayor que esta tolerancia para garantizar un aislamiento adecuado del modo $\pi/2$. Bajo este criterio, se establece que una separación mínima mayor a 5 MHz entre el modo $\pi/2$ y los modos 0 y π constituye un aislamiento adecuado, ya que garantiza que ningún modo vecino pueda ser excitado accidentalmente dentro del rango de operación del MG5125. En todas las combinaciones de parámetros estudiadas, las separaciones obtenidas superan ampliamente este umbral, lo cual confirma que el diseño garantiza un aislamiento adecuado. Para cuantificar este aislamiento se emplean dos métricas:

- **Separación mínima:** Es la menor diferencia absoluta entre el modo $\pi/2$ y los otros dos modos. Esta es la métrica principal, ya que determina la distancia crítica a la cual un desplazamiento en la frecuencia de excitación podría acercarse a un modo vecino. Para considerarse adecuada, esta separación debe ser superior a los 5 MHz correspondientes a la desviación máxima del MG5125.
- **Distancia total de separación:** Es la suma de las diferencias absolutas entre el modo $\pi/2$ y los modos 0 y π . Esta métrica se utiliza como criterio secundario, relevante en caso de que dos combinaciones presenten la misma separación mínima. Para cuantificar este aislamiento se emplean dos métricas:

En la Tabla 3.5 se presentan las combinaciones de parámetros analizadas junto con las diferencias absolutas de frecuencia entre modos, así como las métricas de aislamiento discutidas.

# Combinación	r	p	d	Δ (modo $\pi/2$ - modo 0) (MHz)	Δ (modo $\pi/2$ - modo π) (MHz)	Distancia total (MHz)	Separación mínima (MHz)
1	3.856	1.45	0.70	19.714	158.616	178.330	19.714
5	3.866	1.50	0.60	15.477	158.631	174.108	15.477
6	3.866	1.60	0.65	17.685	157.426	175.111	17.685
7	3.866	1.70	0.70	11.633	159.353	170.986	11.633
8	3.876	1.55	0.45	16.590	89.068	105.658	16.590
9	3.876	1.70	0.50	11.409	360.989	372.398	11.409

Tabla 3.5: Diferencias de frecuencia (valor absoluto) y métricas de aislamiento para el modo $\pi/2$. La separación mínima se utiliza como criterio principal para garantizar el aislamiento respecto a los modos vecinos, mientras que la distancia total actúa como criterio secundario.

Como se mencionó previamente, todas las combinaciones evaluadas presentan separaciones que superan la tolerancia asociada al MG5125. Esto asegura que el modo $\pi/2$ permanezca aislado y no existe riesgo de excitar un modo vecino.

3.2.5. Componente longitudinal del campo en el centro de la cavidad

El análisis de la componente longitudinal del campo eléctrico en el centro de la cavidad resonante ($r = 0$) es crucial para evaluar la simetría y las características del modo $\pi/2$. En este caso, se ha seleccionado una línea a lo largo del eje central de la cavidad (marcada en rojo en la Figura 3.8) para medir la variación del campo eléctrico.

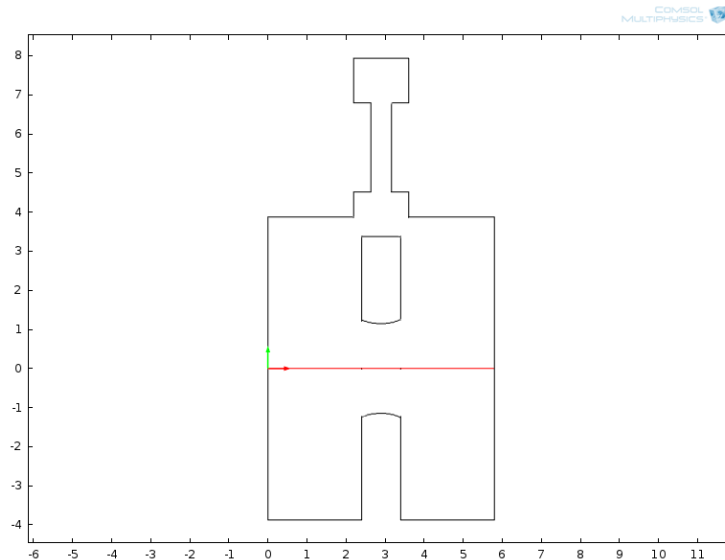
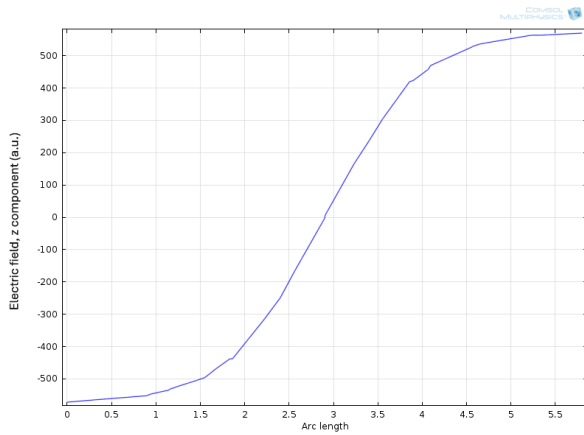


Figura 3.8: Ubicación de la línea de medición (en rojo) sobre el eje central de la cavidad.

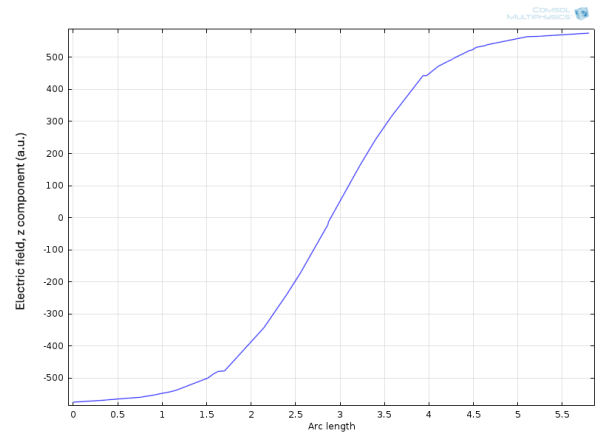
A continuación, se presentan los resultados del análisis para las seis combinaciones restantes listadas en la Tabla 3.4. Las Figuras 3.9 y 3.10 muestran, respectivamente:

- El comportamiento del campo eléctrico longitudinal (E_z) medido a lo largo del eje central de la cavidad.
- La distribución del campo longitudinal en toda la cavidad mediante plots de superficie, resaltando las regiones de cambio de signo del campo eléctrico. Nuevamente, la escala de colores describe el valor de la amplitud del campo eléctrico longitudinal (E_z) y las flechas rojas la dirección de éste.

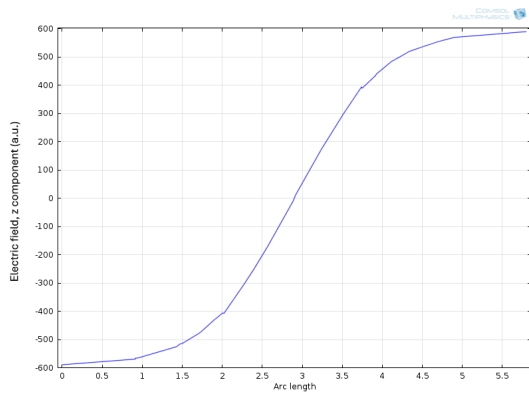
El cambio de signo observado en los plots de superficie (Figura 3.10) es crucial para la sincronización de las partículas aceleradas. Este comportamiento asegura que las partículas experimenten siempre un campo eléctrico positivo en la dirección de aceleración, maximizando la eficiencia del sistema y garantizando una aceleración óptima. Este resultado confirma que las configuraciones restantes cumplen con las características teóricas del modo $\pi/2$.



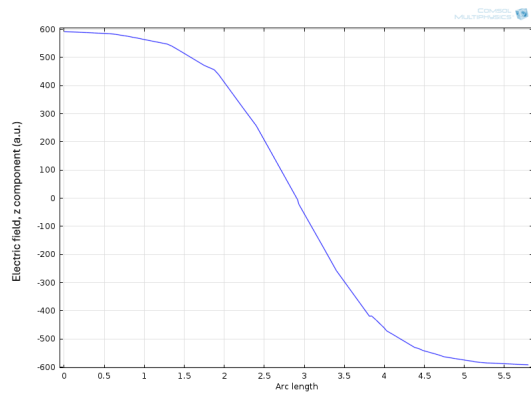
(a) Combinación 1



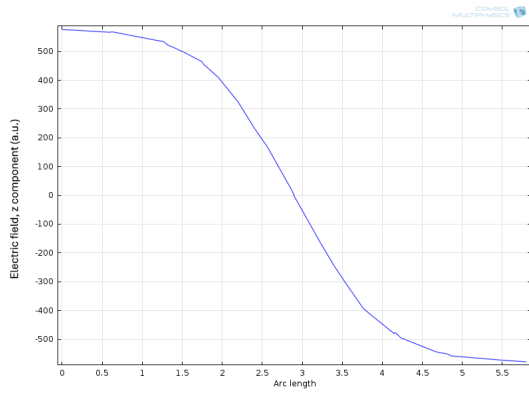
(b) Combinación 5



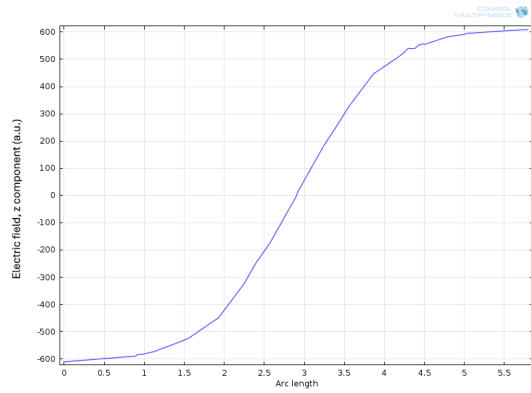
(c) Combinación 6



(d) Combinación 7

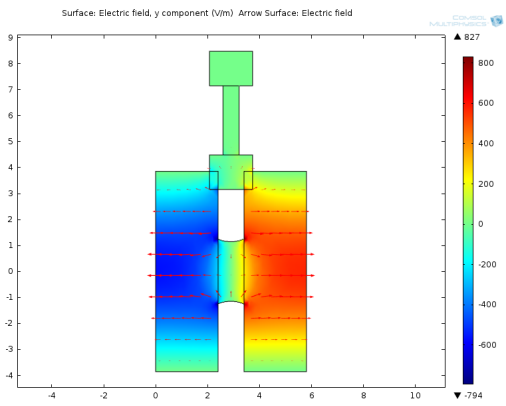


(e) Combinación 8

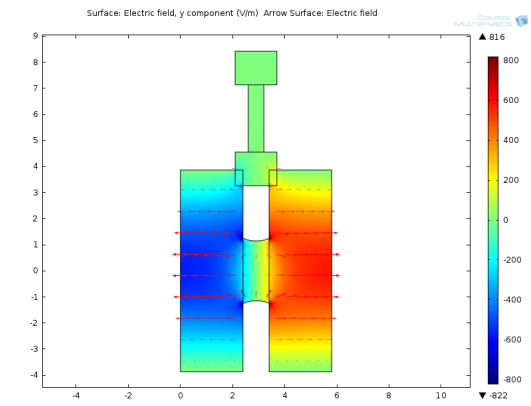


(f) Combinación 9

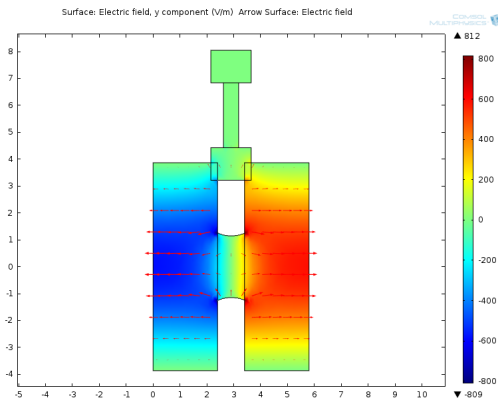
Figura 3.9: Comportamiento del campo eléctrico longitudinal E_z a lo largo del eje central de la cavidad para las combinaciones restantes.



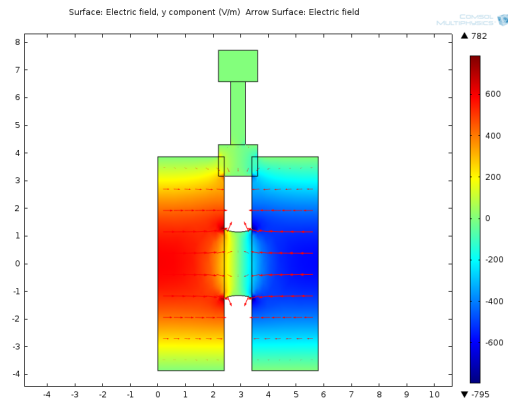
(a) Combinación 1



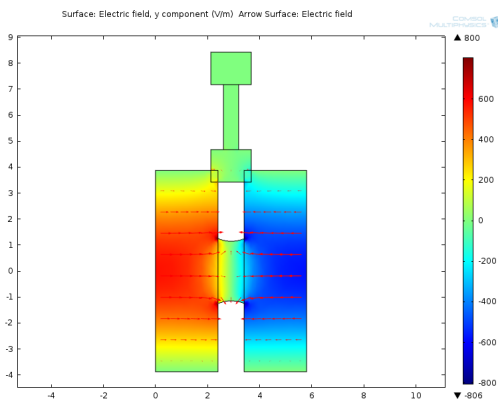
(b) Combinación 5



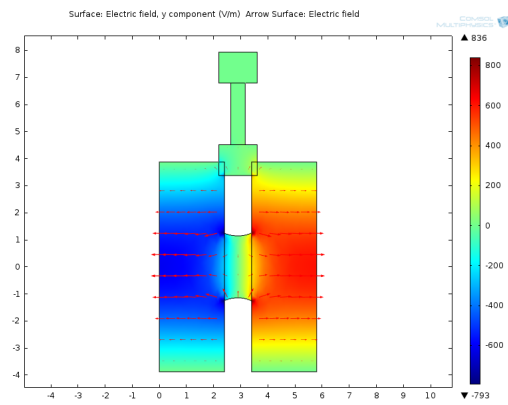
(c) Combinación 6



(d) Combinación 7



(e) Combinación 8



(f) Combinación 9

Figura 3.10: Distribución del campo longitudinal E_z en las cavidades, mostrando el cambio de signo del campo entre cavidades adyacentes.

Todas las combinaciones mostraron las características esperadas del modo $\pi/2$, en cuanto a la distribución de los campos. Para seleccionar una combinación y continuar con el diseño de la cavidad, usaré el parámetro de separación mínima del análisis de diferencias entre modos. Bajo este criterio, la combinación #1, cuyos parámetros tienen los valores $r = 3.856$, $p = 1.45$ y $d = 0.7$, es elegida.

3.3. Errores y tolerancias

En esta sección se presentan los resultados de los estudios realizados para evaluar el impacto de pequeñas variaciones en la geometría. Estos estudios se centran en torno a los parámetros óptimos elegidos, correspondientes a la combinación 1, con el fin de establecer tolerancias para la fabricación y alineación del dispositivo. Los valores óptimos de los parámetros relevantes son los siguientes:

- Radio de la primera celda (r): 3.856 cm.
- Proporción entre el radio de la celda principal y la celda lateral (p): 1.45.
- Radio de la celda lateral (r_l): $3.856 / 1.45 = 2.66$ cm.

En la Figura 3.11, se puede observar un corte longitudinal de la cavidad, en el cual la primera celda presenta un desplazamiento con respecto al resto de la cavidad. Esto es a lo que llamamos alineación.

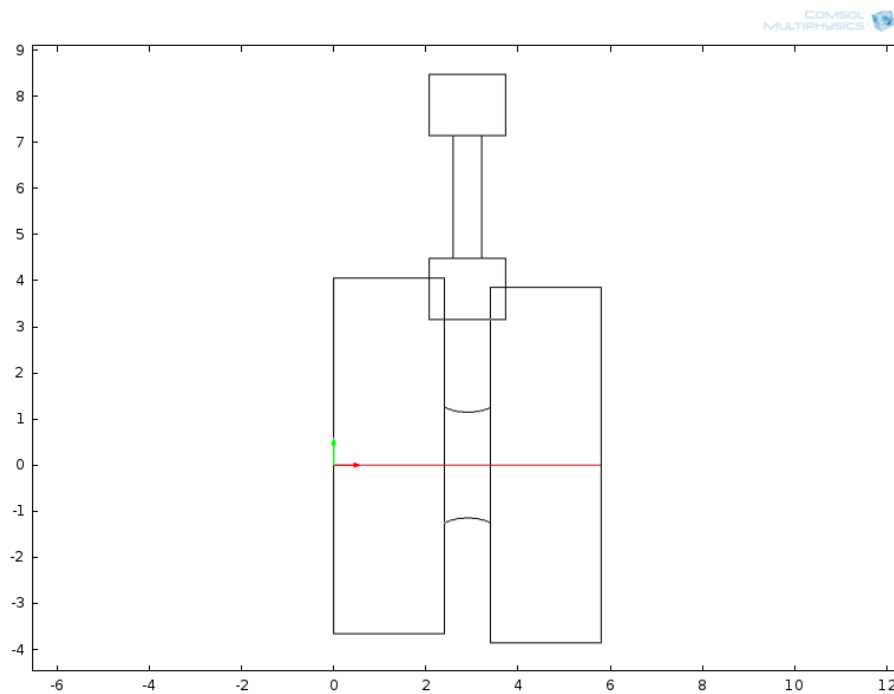


Figura 3.11: Corte longitudinal de la cavidad donde se observa el desplazamiento de la primera celda.

Para evaluar la sensibilidad de la cavidad, se realizaron los siguientes estudios:

- Variación del radio de la primera celda en un rango de ± 0.1 mm con incrementos de 0.02 mm.
- Variación del radio de la celda lateral en un rango de ± 0.1 mm con incrementos de 0.02 mm.
- Desplazamiento de la primera celda en un rango de ± 0.2 mm con incrementos de 0.02 mm.

Análisis de resultados:

- **Variación del radio de la primera celda:** La Figura 3.12 muestra que los cambios en el radio de la primera celda tienen un impacto lineal en la frecuencia de resonancia del modo $\pi/2$. Los datos indican que un incremento de ± 0.1 mm genera un cambio máximo de aproximadamente ± 5.18 MHz, con una sensibilidad promedio de 51.8 MHz/mm. Este comportamiento lineal destaca la importancia de controlar estrictamente este parámetro durante la fabricación.
- **Variación del radio de la celda lateral:** La Figura 3.13 (a) revela que los cambios en el radio de la celda lateral tienen un impacto menor y no lineal en la frecuencia de resonancia. Los datos muestran un cambio máximo de aproximadamente ± 0.1 MHz cuando se varía el radio en ± 0.1 mm, resultando en una sensibilidad promedio de 1 MHz/mm. Esto indica que el radio de la celda lateral es menos crítico, aunque debe mantenerse dentro de tolerancias razonables.
- **Alineación de la primera celda:** La Figura 3.13 (b) muestra que los desplazamientos en el eje vertical afectan significativamente la frecuencia de resonancia. Un desplazamiento de ± 0.2 mm genera un cambio máximo de aproximadamente ± 0.66 MHz. Aunque la relación no es completamente lineal, la sensibilidad promedio es de 3.3 MHz/mm. Esto resalta la necesidad de una alineación precisa durante el montaje.

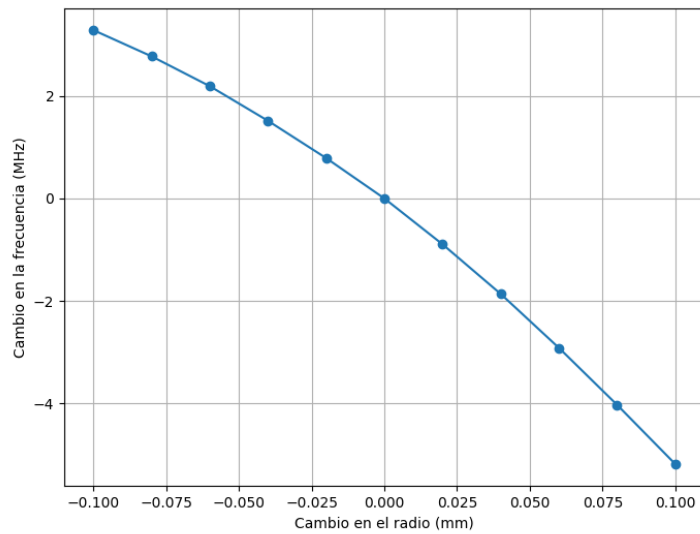
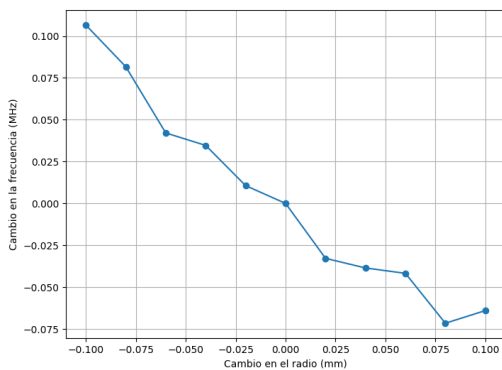
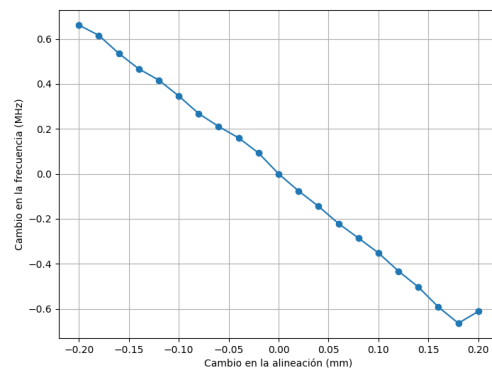


Figura 3.12: Cambio en la frecuencia de resonancia en el modo $\pi/2$ al variar el radio de la primera celda.



(a)



(b)

Figura 3.13: Cambio en la frecuencia de resonancia en el modo $\pi/2$: (a) al variar el radio de la celda lateral y (b) debido a errores de alineación de la primera celda.

Estos resultados son fundamentales para establecer tolerancias en el diseño y la fabricación del sistema. Los análisis realizados permitieron identificar las sensibilidades asociadas a cierto parámetros que influyen en la estabilidad de la cavidad resonante en el modo $\pi/2$, las cuales son las siguientes: 51.8 MHz/mm para el radio de la primera celda, 1 MHz/mm para el radio de la celda lateral y 3.3 MHz/mm para la alineación de la primera celda. Estas tolerancias servirán como guía para minimizar los efectos de errores geométricos y de alineación,

garantizando un desempeño óptimo de la cavidad, en términos de la frecuencia de resonancia.

3.4. Estudio de la *shunt impedance*

A continuación se presentan las modificaciones implementadas en la cavidad RF con el objetivo de mejorar la *shunt impedance* por unidad de longitud ($r_{sh,L}$). Se presentan cálculos relevantes, análisis de barridos paramétricos y justificaciones de diseño basadas en simulaciones.

3.4.1. Definición de la *shunt impedance*

La shunt impedance por unidad de longitud es un parámetro de gran relevancia en el diseño de estructuras aceleradoras, pues relaciona la potencia disipada por unidad de longitud en las paredes con el voltaje acelerador por unidad de longitud. Es una medida de qué tan eficientemente interactúa un modo resonante con las partículas cargadas que atraviesan la estructura [27, 28]. Se define como:

$$r_{sh,L} = \frac{\left(\int_0^L |E_z| dz \right)^2}{P_{\text{loss}} \cdot L}, \quad (3.1)$$

donde:

- E_z es el **campo eléctrico longitudinal** (en V/m).
- P_{loss} es la **potencia disipada** en las paredes de la cavidad (en W), calculada como:

$$P_{\text{loss}} = \frac{R_s}{2} \int_A |\mathbf{H}|^2 da, \quad (3.2)$$

con:

- $R_s = \sqrt{\frac{\mu_0 \pi f}{\sigma}}$ es la **resistencia superficial** del material conductor, con:
 - $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m, la permeabilidad del vacío.
 - f la frecuencia de resonancia.
 - $\sigma = 5.8 \times 10^7$ S/m, la conductividad del cobre.
- $\int_A |\mathbf{H}|^2 da$ es la integral de la **norma cuadrada del campo magnético**.

- L es la **longitud de la cavidad**.

Una shunt impedance por unidad de longitud mayor implica que la estructura requiere menor potencia disipada en sus paredes para alcanzar un gradiente acelerador dado, lo que se traduce directamente en una mayor eficiencia energética de la estructura [27, 28]. En el presente estudio, se asignó el cobre como material a todas las paredes de la cavidad, considerando su alta conductividad eléctrica ($\sigma = 5.8 \times 10^7$ S/m). Para modelar correctamente las pérdidas por efecto Joule, se aplicó una condición de impedancia superficial en las fronteras de la cavidad [18]. Esta condición permite tener en cuenta la disipación de energía debido al campo magnético tangencial sin necesidad de mallar la región conductora en detalle, lo cual resulta especialmente eficiente en simulaciones de radiofrecuencia.

3.4.2. Configuración del barrido paramétrico

Para optimizar la cavidad, se realizaron ajustes en la geometría, con el fin de minimizar la formación de zonas con concentraciones de campo eléctrico y optimizar el diseño estructural para facilitar la manufactura. Se realizaron barridos variando los siguientes parámetros geométricos:

- **Radio de curvatura de la celda principal** (r_{bl}): 0.6 cm a 1.2 cm (paso de 0.15 cm).
- **Longitud del tubo de deriva** (l_n): 0.2 cm a 0.6 cm (paso de 0.1 cm).
- **Radio del tubo de deriva** (r_n): 0.06 cm a 0.22 cm (paso de 0.04 cm).

En la Figura 3.14 se pueden identificar los parámetros geométricos a variar.

3.4.3. Resultados del barrido paramétrico

Los resultados del barrido paramétrico orientado a la optimización de la *shunt impedance* por unidad de longitud se presentan en la Tabla 3.6. En ella se muestran las cinco combinaciones de parámetros geométricos que producen los valores más altos de $r_{sh,L}$ dentro del espacio de búsqueda considerado.

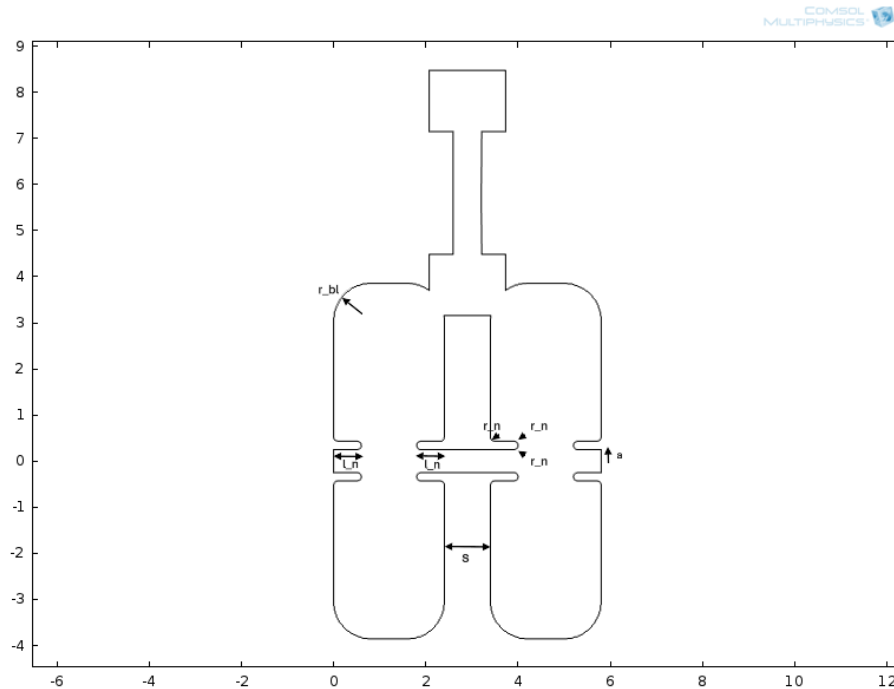


Figura 3.14: Diagrama esquemático de la cavidad con los parámetros geométricos relevantes en un corte longitudinal.

#	r_{bl} (cm)	l_n (cm)	r_n (cm)	$r_{sh,L}$ (M Ω /m)
1	1.2	0.6	0.06	119.84
2	1.2	0.5	0.06	118.63
3	1.05	0.6	0.06	117.68
4	1.2	0.4	0.06	117.05
5	1.2	0.5	0.1	116.80

Tabla 3.6: Primeros 5 valores obtenidos en el barrido paramétrico ordenados por $r_{sh,L}$.

Se observa que los valores máximos de $r_{sh,L}$ se encuentran en el rango de 116 a 120 M Ω /m, lo cual es característico de este tipo de estructuras aceleradoras [17, 29, 30]. Estos valores indican que la geometría optimizada favorece una alta eficiencia en la transferencia de energía electromagnética hacia el haz de partículas.

En la Figura 3.15 se muestra la distribución del campo eléctrico longitudinal E_z en el plano $z = 0$ para cada una de las cinco configuraciones destacadas en la Tabla 3.6. En todos los casos se aprecia una adecuada concentración del campo en la región de aceleración, mostrando una forma del campo típica de este tipo de estructuras [17, 30].

Adicionalmente, en la Figura 3.16 se presenta la dependencia de la *shunt impedance* con

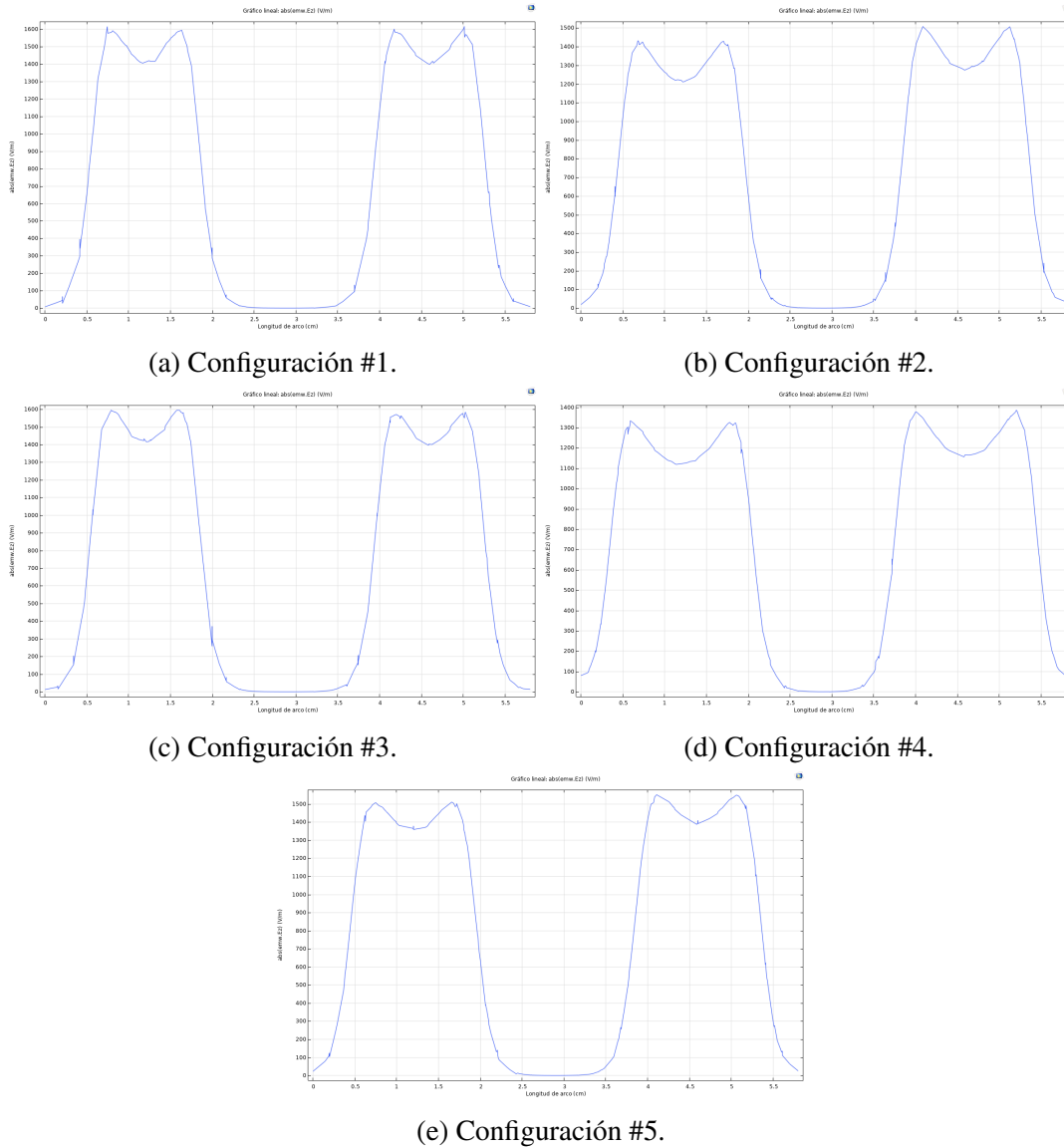


Figura 3.15: Distribución del campo eléctrico longitudinal E_z en $z = 0$ para las configuraciones de los parámetros optimizados listados en la Tabla 3.6.

respecto a los parámetros geométricos r_{bl} y l_n . En la Figura 3.16 (a) se muestra la variación de $r_{sh,L}$ con respecto a r_{bl} , manteniendo fijos $l_n = 0.6$ cm y $r_n = 0.06$ cm. Se observa un incremento progresivo de la eficiencia electromagnética conforme aumenta r_{bl} , alcanzando un máximo cercano a $r_{bl} = 1.2$ cm. Este comportamiento indica que un redondeo adecuado en las esquinas de las celdas favorece una mejor proporción entre la concentración del campo eléctrico en el centro de la cavidad y la potencia disipada en las paredes. Por su parte, la Figura 3.16(b) muestra la dependencia de la shunt impedancia con la longitud del tubo de deriva l_n ,

manteniendo fijos $r_{bl} = 1.2$ cm y $r_n = 0.06$ cm. Se observa un incremento casi monótono de $r_{sh,L}$ conforme aumenta l_n dentro del intervalo analizado, alcanzando su valor máximo alrededor de $l_n = 0.6$ cm. Este comportamiento indica que un aumento en la longitud del tubo de deriva favorece una mayor interacción del campo eléctrico longitudinal con la trayectoria del haz, incrementando así el voltaje acelerador efectivo. No obstante, este incremento está limitado por el compromiso entre la extensión del campo útil y las pérdidas asociadas al aumento del volumen conductor, por lo que el máximo observado representa una condición de funcionamiento cercana al óptimo geométrico para la eficiencia de aceleración.

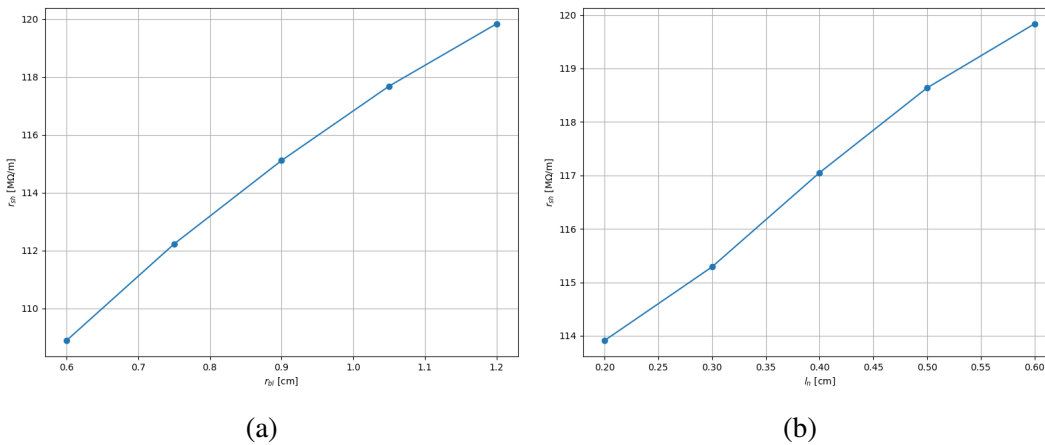


Figura 3.16: Variación de la *shunt impedance* con respecto a los parámetros geométricos (a) r_{bl} y (b) l_n .

Los valores máximos obtenidos de shunt impedance por unidad de longitud, del orden de $r_{sh,L} \approx 120$ MΩ/m, se encuentran en el límite superior del rango típico reportado para estructuras aceleradoras con acoplamiento lateral operando en la banda S [17, 29, 30]. Los valores característicos de $r_{sh,L}$ para este tipo de estructuras oscilan comúnmente entre 60 y 120 MΩ/m, dependiendo fuertemente de la geometría de las celdas, el radio del iris y la eficiencia del acoplamiento electromagnético [14]. Por otra parte, estudios experimentales realizados en linacs S-band para aplicaciones médicas e industriales reportan valores típicos de shunt impedance en el rango de 60 a 75 MΩ/m [5], mientras que trabajos recientes de optimización geométrica basada en simulaciones electromagnéticas tridimensionales han demostrado que es posible alcanzar valores superiores a 100 MΩ/m mediante ajustes finos en parámetros como el *cell blending* [29]. Esto confirma que los valores obtenidos en este trabajo son físicamente realistas y reflejan un proceso de optimización geométrica eficiente.

3.4.4. Barrido sobre el radio de apertura y la separación entre celdas

Para cada una de las 5 combinaciones con mayor *shunt impedance*, se realizó un barrido sobre el radio de apertura de la cavidad (a) y la separación entre celdas (s), ambos parámetros en el rango de 0.2 a 0.5 cm con un paso de 0.1 cm.

En la Tabla 3.7 se muestran los resultados obtenidos del barrido sobre a y s para cada combinación de la Tabla 3.6. Se ordenan los datos de mayor a menor *shunt impedance*.

#	a (cm)	s (cm)	$r_{sh,L}$ (M Ω /m)
1	0.2	0.2	137.80
1	0.2	0.3	135.60
2	0.2	0.2	135.17
3	0.2	0.2	135.12
5	0.2	0.2	133.72

Tabla 3.7: Primeros 5 valores obtenidos en el barrido paramétrico ordenados por $r_{sh,L}$.

Tomamos la combinación #1 de la Tabla 3.6, la cual presenta la mayor *shunt impedance* en la Tabla 3.7, para graficar su dependencia con los parámetros en cuestión.

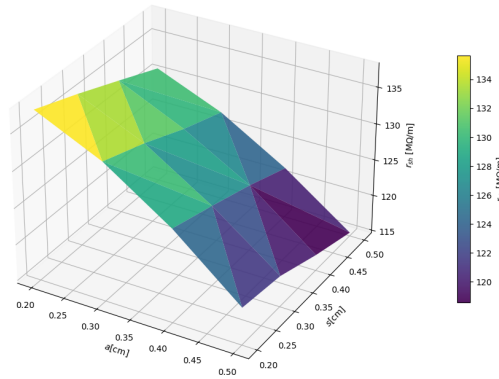


Figura 3.17: Variación de $r_{sh,L}$ con respecto a a y s , para la Configuración #1 de la Tabla 3.6. Se observa que $r_{sh,L}$ aumenta cuando a y s disminuyen.

Como podemos ver, $r_{sh,L}$ presenta una relación de proporcionalidad inversa con los parámetros a y s , lo cual era ya visible en la Tabla 3.7. Tomaremos, entonces, los valores menores de la apertura y la separación para seguir con el estudio. Se muestra en la Figura 3.18 la distribución $|E_z|$ en $z = 0$ para $a = s = 0.2$ cm. El campo sigue manteniendo su forma con respecto a la Figura 3.6.

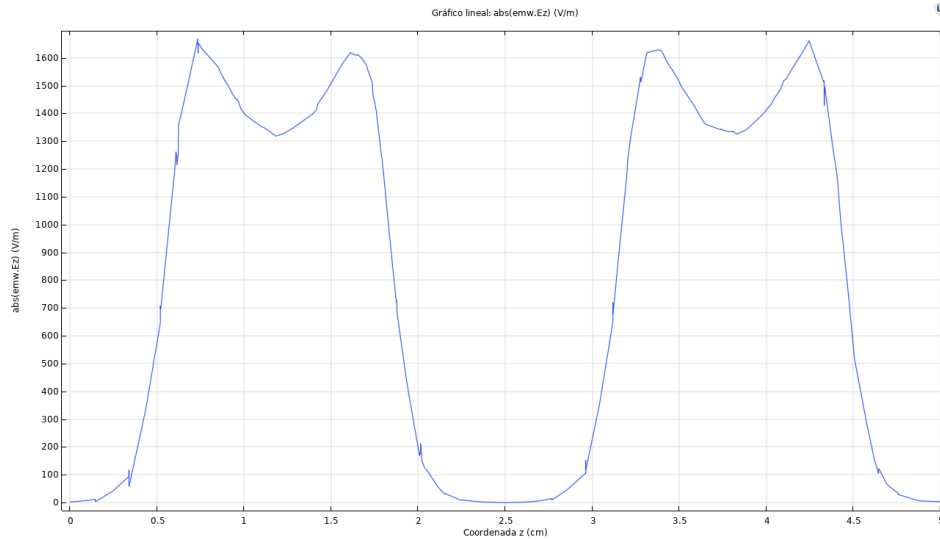


Figura 3.18: Distribución del campo eléctrico longitudinal para los parámetros de la combinación #1 de la Tabla 3.6 y $a = s = 0.2$ cm.

3.4.5. Modificación de la geometría para evitar efectos no deseados

Para optimizar la cavidad, se implementaron modificaciones en la geometría con dos propósitos principales:

- **Minimización de efectos no deseados en los campos electromagnéticos:** En cavidades resonantes, la presencia de esquinas con ángulos agudos puede generar concentraciones de campo eléctrico que derivan en efectos no deseados como:
 - **Pérdidas adicionales por efecto Joule:** Las altas concentraciones de campo pueden inducir una mayor disipación de energía en las paredes conductoras de la cavidad.
 - **Emisión de electrones por efecto de emisión en punta:** En cavidades de radiofrecuencia, los puntos de alta concentración de campo pueden inducir la emisión de electrones por efecto túnel, lo que genera descargas eléctricas y afecta la estabilidad del modo resonante.

- **Facilitación de la manufactura y robustez estructural:** La geometría inicial, mostrada en la Figura 3.14, incluía algunas zonas muy delgadas, del orden 1 mm en la zona del tubo de deriva, que podrían ser difíciles de fabricar con precisión y estructuralmente frágiles. Por ello, se optimizó el diseño evitando paredes excesivamente delgadas y mejorando la continuidad de las superficies curvas.

Para mitigar estos problemas, primero se hizo una modificación a la geometría de tipo chaflán y posteriormente se redondearon ciertas esquinas en la geometría, como se muestra en la Figura 3.19.

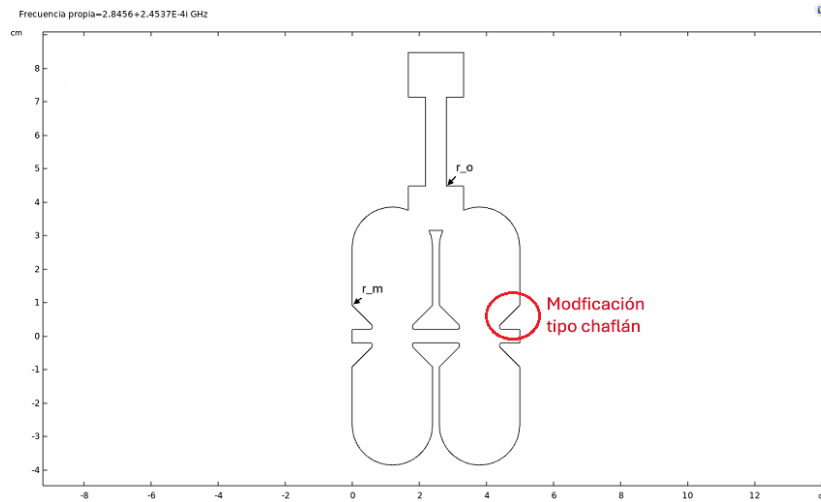


Figura 3.19: Geometría modificada para mejorar la estabilidad de los campos y evitar problemas de manufactura.

Como último paso, se realizó un barrido sobre los parámetros r_m y r_o para verificar su efecto en la *shunt impedance*. Los resultados se muestran en la Figura 3.20, donde podemos observar que $r_{sh,L}$ es mayor cuando r_m y r_o son menores.

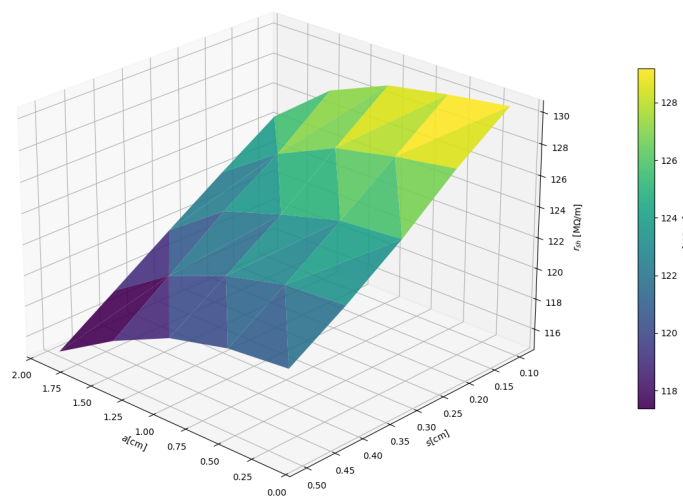


Figura 3.20: Variación de $r_{sh,L}$ con respecto a r_m y r_o . Se observa la

De esta manera llegamos a los valores de estos parámetros que optimizan la shunt impedance, los cuales se muestran en la Tabla 3.8.

Parámetro	Valor [cm]
r_{bl}	1.2
l_n	0.6
r_n	0.06
a	0.2
s	0.2
r_m	0.1
r_o	0.1

Tabla 3.8: Valores de los parámetros que optimizan la shunt impedance.

3.5. Diseño de la cavidad completa de 7 celdas de aceleración

Como siguiente paso, se diseñó la cavidad con 7 celdas principales y 6 laterales. Se mantuvieron los parámetros obtenidos del modelo reducido, los cuales se muestran en la Tabla 3.9.

Parámetro	Valor
r	3.856 cm
p	1.45
d	0.7 cm
r_{bl}	1.2 cm
l_n	0.6 cm
r_n	0.06 cm
a	0.2 cm
s	0.2 cm
r_m	0.1 cm
r_o	0.1 cm

Tabla 3.9: Parámetros geométricos utilizados en la cavidad completa de 13 celdas.

La geometría inicial de la cavidad completa se puede observar en la Figura 3.21.

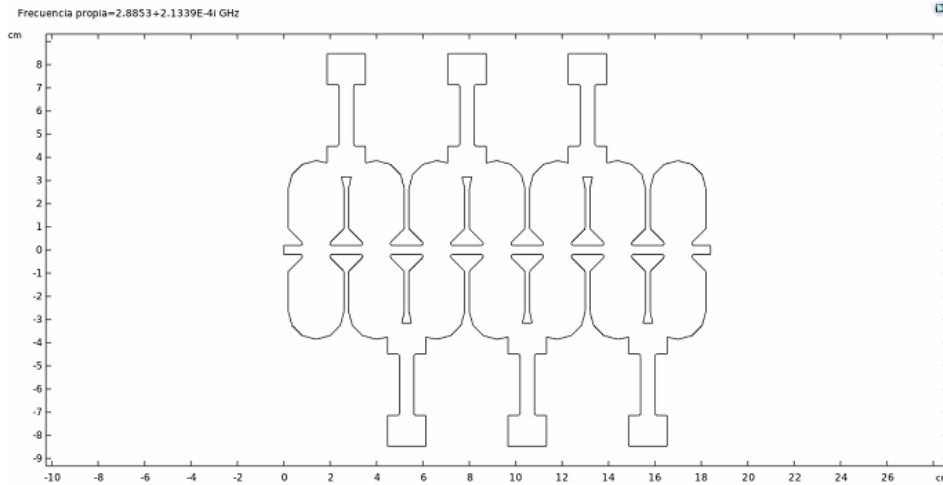


Figura 3.21: Geometría inicial de la cavidad. Corte longitudinal en $y = 0$.

La Figura 3.22 muestra la distribución del campo eléctrico longitudinal E_z evaluado sobre el eje de la estructura ($r = 0$) a lo largo de toda la longitud de la cavidad mostrada en la Figura 3.21, operando en el modo $\pi/2$ a una frecuencia de resonancia de 2.9403 GHz.

Se observa que el campo presenta una distribución periódica con un pico por cada celda aceleradora, lo cual es consistente con el modo $\pi/2$ en una estructura tipo SCL. Dentro de cada pico, se aprecia una ligera depresión central que es consecuencia de la distribución característica del campo en este tipo de estructuras. En cada celda aceleradora, el campo E_z sobre el eje no es constante a lo largo de la dirección axial, sino que sigue un perfil aproximadamente cosenoidal dictado por las condiciones de frontera impuestas por la geometría de la cavidad y el modo de oscilación TM_{010} . Esta característica es una consecuencia natural de la física del modo resonante y no representa un defecto de diseño [14].

Sin embargo, se identifica un aspecto a mejorar en la configuración inicial: la amplitud de los picos no es uniforme a lo largo de la estructura. Los máximos del campo en las distintas celdas aceleradoras presentan variaciones entre sí, lo que implica que cada celda imparte una ganancia de energía diferente al haz. Esta condición es indeseable, ya que produce una dispersión energética en el haz acelerado y degrada su calidad. Para una estructura aceleradora eficiente se requiere que la amplitud del campo en cada celda sea lo más homogénea posible, condición conocida como planitud del campo [14].

En consecuencia, se realizarán modificaciones geométricas a la cavidad con el objetivo de mejorar la planitud del campo. Es importante destacar que cualquier ajuste en los parámetros geométricos de la cavidad produce invariablemente un desplazamiento de la frecuencia de resonancia respecto al valor de diseño de 2.998 GHz. Por ello es necesario llevar a cabo un

proceso de sintonización de la cavidad en etapas posteriores para restablecer la frecuencia de operación deseada, lo cual forma parte del proceso de optimización.

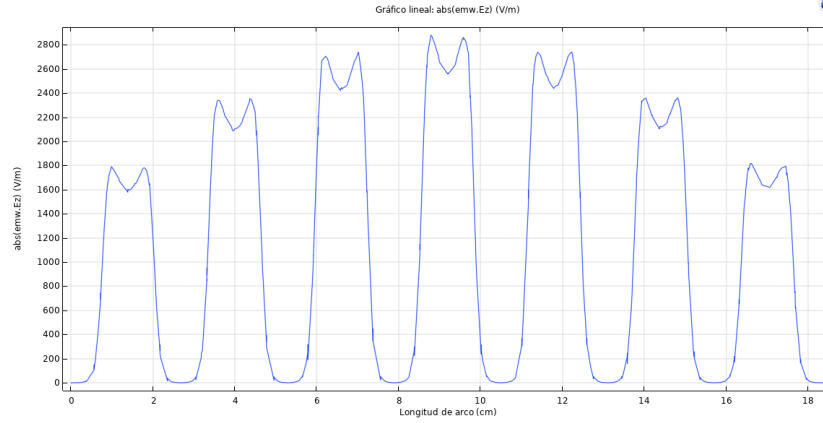


Figura 3.22: Campo eléctrico $|E_z|$ en el modo $\pi/2$ con la configuración geométrica inicial.

3.5.1. Cálculo de la longitud óptima de la primera celda

Para el diseño de la cavidad se considera que el haz tiene una energía inicial de 100 keV, de esta forma, se calculó la distancia recorrida antes de que el campo eléctrico cambie de signo, es decir, durante un cuarto de ciclo de la señal de RF a 2.998 GHz:

$$\gamma = 1 + \frac{E_k}{m_e c^2} \approx 1.1958, \quad v \approx 1.64 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (3.3)$$

$$T = \frac{1}{f} \approx 3.336 \times 10^{-10} \text{ s}, \quad \Delta t = \frac{T}{4} \approx 8.340 \times 10^{-11} \text{ s} \quad (3.4)$$

$$l_{b2} = v \cdot \Delta t \approx 1.37 \text{ cm} \quad (3.5)$$

Para simplificar el diseño, se fijó la longitud en 1.4 cm.

Tras observar una concentración excesiva de campo en las celdas extremas, se realizaron los siguientes ajustes:

- $r_{bl} = 0.7 \text{ cm}$
- $l_n = 0.45 \text{ cm}$

La geometría resultante después de estos ajustes se muestra en la Figura 3.23.

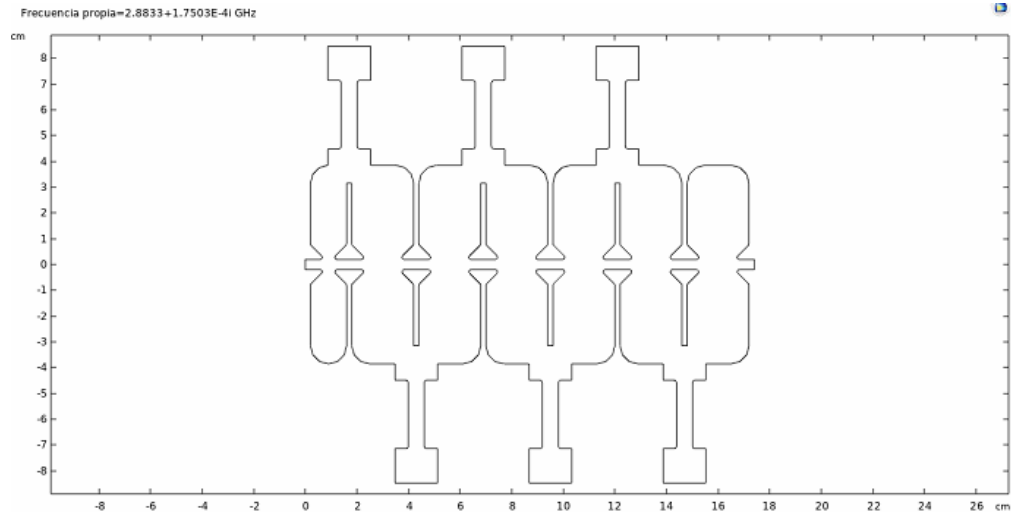


Figura 3.23: Geometría modificada en la longitud de la primera celda, r_{bl} y l_n .

Con los nuevos valores de r_{bl} y l_n , se obtuvo $f = 2.8833$ GHz

La Figura 3.24 muestra la distribución del campo eléctrico longitudinal E_z sobre el eje de la estructura ($r = 0$) tras las modificaciones geométricas realizadas a la cavidad. Se observa que la primera celda presenta una amplitud mayor en comparación con las celdas restantes, lo cual es consecuencia directa de su menor longitud axial, diseñada para adaptarse a la energía de entrada del haz de 100 keV. En el resto de la estructura se aprecia una mejora en la planitud del campo respecto a la configuración inicial, con amplitudes de pico homogéneas a lo largo de todas las celdas, lo que indica que las modificaciones geométricas implementadas han logrado el objetivo de uniformidad del campo.

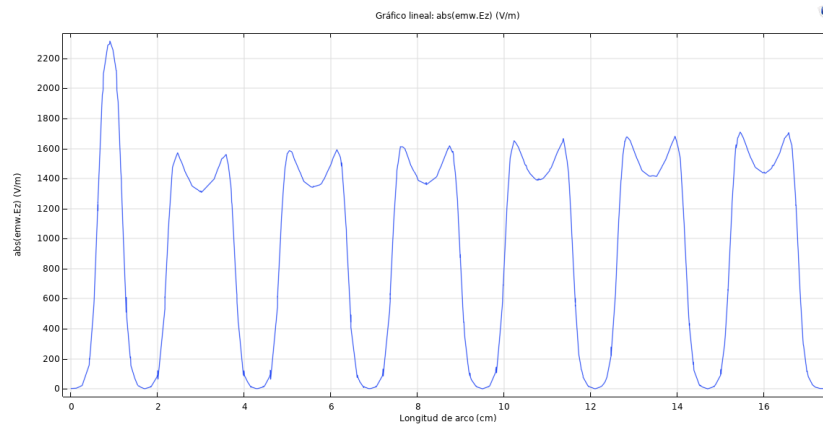


Figura 3.24: Campo eléctrico $|E_z|$ tras modificar la longitud de la primera celda, r_{bl} y l_n .

La extrapolación de parámetros desde el modelo reducido resultó adecuada en términos de la distribución del campo eléctrico obtenida. Bastaron únicamente ligeras modificaciones geométricas para corregir las desviaciones en la uniformidad del campo y alcanzar la planitud deseada a lo largo de la cavidad.

3.6. Estudio del acoplamiento de la fuente de radiofrecuencia mediante una guía de onda WR-284

Posterior al diseño electromagnético de la cavidad con 13 celdas, se realizaron simulaciones orientadas a estudiar la integración de un sistema de alimentación de radiofrecuencia mediante una guía de onda rectangular. El objetivo principal de este análisis fue evaluar el acoplamiento entre una fuente RF realista y la cavidad resonante.

Como parte del estudio, se incorporó una guía de onda WR-284, cuyas dimensiones son $72.136 \text{ mm} \times 34.036 \text{ mm}$ [18]. Esta guía se acopla a la cavidad a través de una abertura rectangular centrada en el plano yz , con dimensiones de $20 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$, cuyas esquinas fueron redondeadas a 4 mm .

La Figura 3.25 muestra la geometría completa de la cavidad con la guía de onda integrada en la cuarta celda de aceleración.

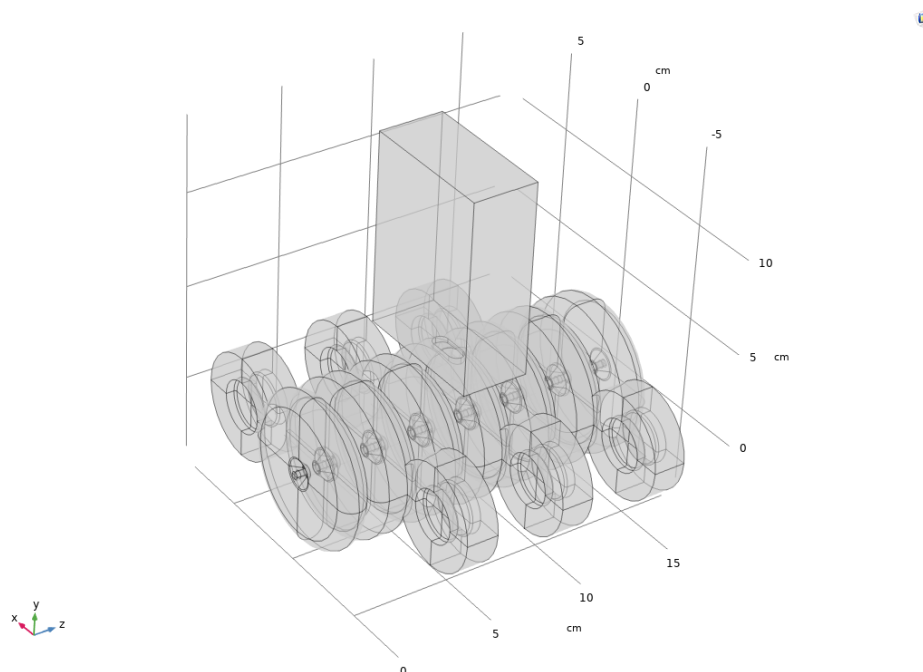


Figura 3.25: Vista 3D de la cavidad con la guía de onda WR-284 integrada.

La Figura 3.26 muestra la geometría de la cavidad en una vista lateral que nos permite identificar la zona de acople entre la cavidad y la guía de onda.

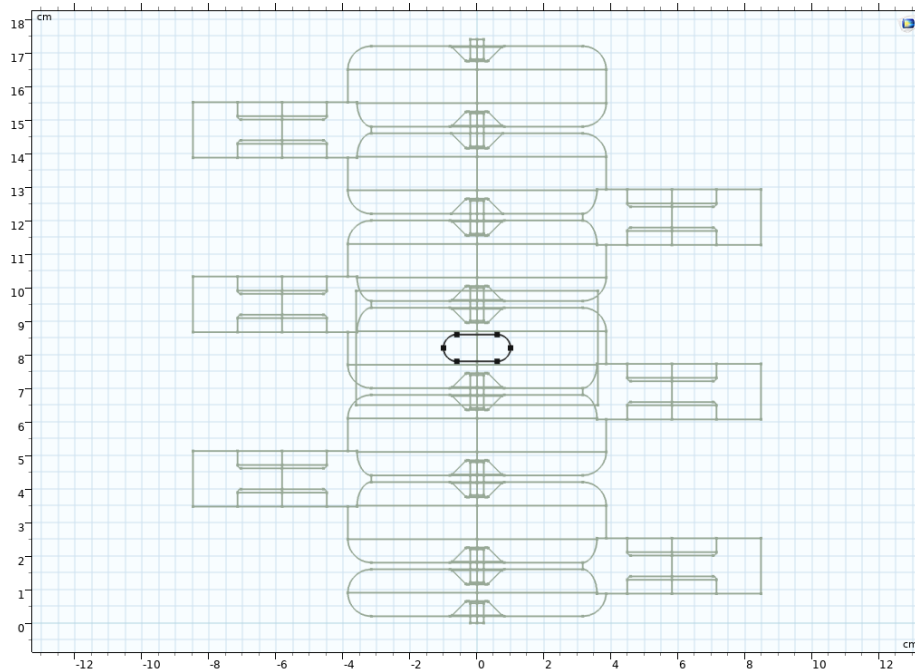


Figura 3.26: Vista lateral en corte del plano xz , mostrando la zona de acople.

3.6.1. Configuración del modelo y condiciones de frontera

El dominio completo se definió como aire, con $\epsilon_r = 1$ y $\mu_r = 1$. Todas las paredes de la cavidad y de la guía de onda se modelaron como cobre, empleando una condición de contorno de impedancia para representar las pérdidas resistivas asociadas a la conductividad finita del material.

Para estudiar únicamente el comportamiento electromagnético intrínseco de la cavidad, no se definió ningún puerto de excitación en esta etapa del análisis. En cambio, se empleó un estudio de frecuencias propias para identificar los modos resonantes de la estructura modificada.

3.6.2. Mallado

Inicialmente se utilizó un mallado global de tipo fino. Sin embargo, se identificó que en zonas críticas, como la región de acoplamiento entre la guía de onda y la celda principal y en

el eje de la cavidad, los elementos generados se volvían demasiado pequeños o presentaban distorsiones que podían comprometer la estabilidad numérica del solucionador.

Para mejorar la discretización sin incrementar excesivamente el número total de elementos, se seleccionó un mallado global de tipo más fino, proporcionando una buena resolución geométrica en toda la estructura.

3.6.3. Estudio de frecuencias propias

Se realizó un análisis de frecuencias propias con el fin de identificar las resonancias naturales de la cavidad modificada por la presencia de la guía de onda. Este análisis es fundamental para evaluar cómo el acoplamiento afecta la frecuencia del modo operativo $\pi/2$.

Con la geometría inicial, se obtuvo una frecuencia de resonancia de $f = 2.8824$ GHz, lo cual está por debajo de la frecuencia objetivo de 2.998 GHz. Debido a que disminuir el radio de las celdas principales incrementa la frecuencia de resonancia, se realizaron ajustes progresivos en dicho parámetro. Finalmente, se determinó que un radio de $r = 3.695$ cm produce una frecuencia resonante igual al valor deseado de $f = 2.998$ GHz. La Figura 3.27 resume la variación de la frecuencia del modo $\pi/2$ en función del radio de las celdas principales.

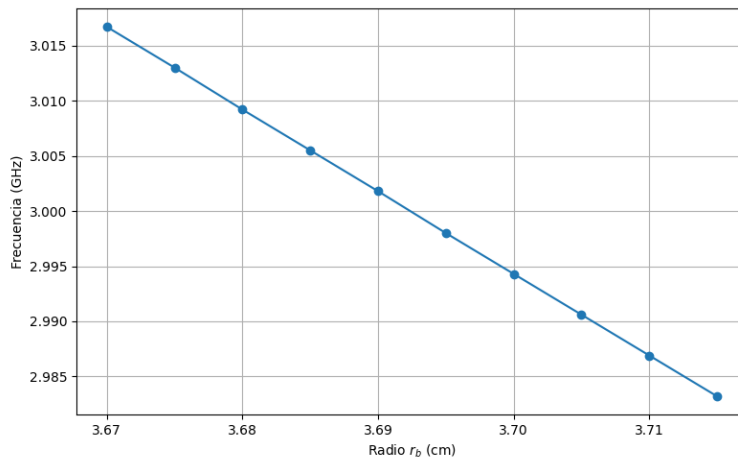
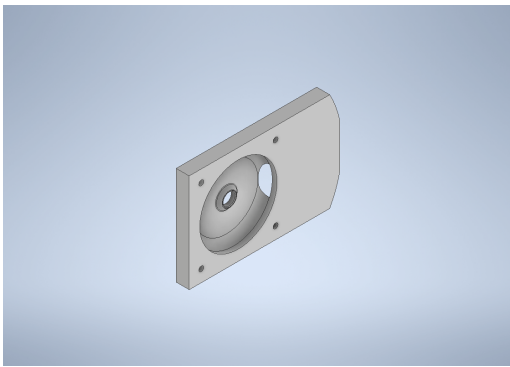


Figura 3.27: Variación de la frecuencia de resonancia del modo $\pi/2$ en función del radio de las celdas principales r .

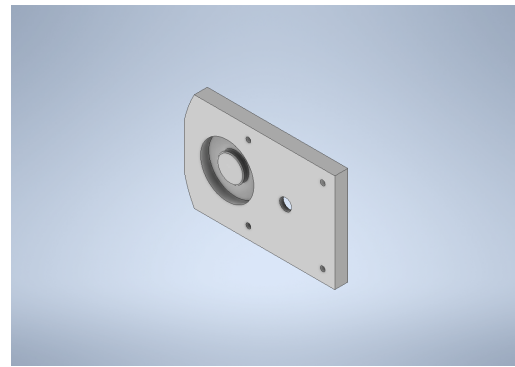
3.6.4. Propuesta de diseño mecánico en Autodesk Inventor

Las Figuras 3.28 y 3.29 muestran la propuesta preliminar del diseño mecánico de la cavidad resonante, elaborada en Autodesk Inventor.

En la Figura 3.28 se presentan dos vistas de la placa que conforma la estructura multicel- da: (a) corresponde a la vista de una celda principal, mientras que (b) corresponde a una celda de acople. En ambas piezas pueden apreciarse, además de las cavidades circulares y ranuras que determinan la geometría electromagnética de cada celda, una serie de orificios pequeños dispuestos con precisión sobre la placa. Estos orificios están diseñados para alojar pasadores, que funcionarán como sistema de alineación durante el ensamblaje mecánico. La correcta ali- neación entre placas es fundamental para garantizar la continuidad geométrica de las celdas y, en consecuencia, para preservar la distribución adecuada de los campos electromagnéticos dentro de la cavidad. Incluso desviaciones mínimas pueden producir variaciones en la fre- cuencia de resonancia, alteraciones en los modos propios o problemas de reproducibilidad en las mediciones experimentales mediante la técnica *bead-pull*.



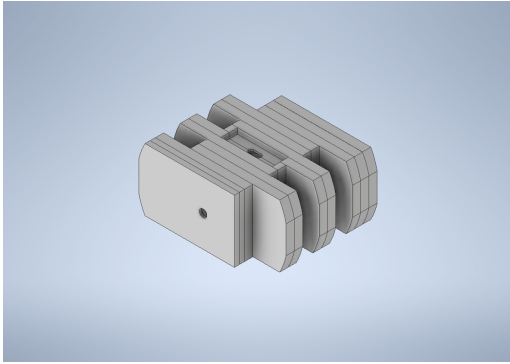
(a) Vista de la placa correspondiente a una celda principal.



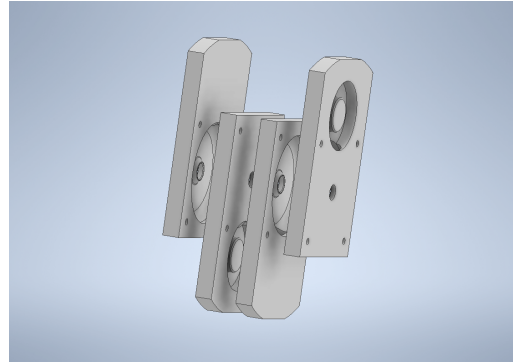
(b) Vista de la placa correspondiente a una celda de acople.

Figura 3.28: Diseño preliminar de las placas que conforman la cavidad, mostrando las piezas asociadas a las celdas principales y a las celdas de acople.

En la Figura 3.29 (a) muestra el modelo ensamblado de la cavidad completa. Es posible observar que las primeras placas son más cortas que las restantes. Esto se debe a que la cavidad está diseñada con una celda inicial de menor longitud, siguiendo la configuración electromagnética típica de estructuras tipo SCL, donde la celda de entrada debe ajustarse para obtener la fase correcta del campo acelerador. Asimismo, en la región central del ensamblaje se distingue una ranura rectangular acompañada de un orificio circular en su centro. Esta sección corresponde a la zona destinada al acoplamiento de la guía de onda WR-284, por medio de la cual se introduciría la potencia de radiofrecuencia proveniente de la fuente externa. Por otro lado, en (b) se muestra una vista de las placas separadas una cierta distancia de tal forma que pueda apreciarse cómo al ensamblarse se genera la geometría completa de la cavidad, tanto las celdas principales, como las de acople.



(a) Vista en ensamblaje de las placas formando la cavidad completa.



(b) Placas separadas mostrando cómo se forman las celdas al unirse.

Figura 3.29: Configuración de la cavidad de 13 celdas a partir del ensamblaje de las placas diseñadas en Autodesk Inventor.

En conjunto, el diseño mecánico aquí presentado constituye una primera aproximación a la futura fabricación de la cavidad. Tanto las dimensiones finales, como las tolerancias, el sistema de alineación y la interfaz de acoplamiento RF deberán refinarse en etapas posteriores, buscando cumplir simultáneamente con los requisitos electromagnéticos y experimentales del proyecto.

Capítulo 4

Caracterización experimental

El desempeño final de una cavidad RF no puede evaluarse únicamente mediante simulaciones numéricas. Aunque los modelos electromagnéticos proporcionan una base sólida para el diseño preliminar, la fabricación real introduce errores, desviaciones geométricas y condiciones de operación que pueden modificar las propiedades resonantes de la estructura. Por ello, la caracterización experimental constituye una etapa indispensable para validar el modelo teórico, verificar el modo operativo elegido y asegurar que la cavidad cumple con los requerimientos funcionales del acelerador.

En este capítulo se presenta el procedimiento seguido para caracterizar experimentalmente dos cavidades resonantes: una cavidad tipo *pillbox*, con frecuencia de diseño de 2.998 GHz [31], y una cavidad con celda de acoplamiento lateral diseñada para operar a 4.47 GHz. Ambas cavidades fueron fabricadas con anterioridad a este trabajo, y su análisis experimental permite evaluar tanto la fidelidad del proceso de manufactura como la capacidad del sistema de medición desarrollado para medir perfiles de campo eléctrico y frecuencias de resonancia con buena resolución.

La caracterización incluye dos aspectos principales: la medición de las frecuencias de resonancia mediante un analizador de redes vectoriales (VNA) y la reconstrucción del perfil longitudinal del campo eléctrico. Esta última se realiza mediante la técnica *bead-pull*, la cual permite estimar la distribución del campo resonante a partir de la variación de frecuencia inducida por un pequeño perturbador metálico que se desplaza a lo largo del eje de la cavidad.

4.1. Principios de la técnica *bead-pull*

La técnica *bead-pull* es un método utilizado para obtener el campo eléctrico dentro de cavidades resonantes [3, 24]. Su objetivo principal es reconstruir el campo eléctrico longitudinal del modo excitado, información que no puede ser obtenida directamente con el VNA, el cual sólo mide los parámetros de dispersión en el dominio de la frecuencia.

Una cavidad resonante puede entenderse como volumen hueco con paredes metálicas que confina modos propios, cada uno con una frecuencia de resonancia y una distribución espacial característica. Determinar experimentalmente esta distribución es fundamental para validar el desempeño electromagnético real de la cavidad y compararlo con el comportamiento predicho por simulaciones numéricas.

La técnica consiste en introducir una pequeña esfera metálica conductora (*bead* o cuenta) suspendida sobre un hilo que se desplaza con precisión a lo largo del eje de la cavidad. A medida que la cuenta perturba localmente el campo resonante, la frecuencia de resonancia experimenta una variación $\Delta f(z)$ que depende de la magnitud del campo eléctrico en la posición z . Bajo el régimen de perturbaciones pequeñas, el teorema de Slater establece una relación directa entre esta variación y el valor local del campo eléctrico longitudinal del modo analizado [14, 32].

En este trabajo, la técnica *bead-pull* se aplicó a ambas cavidades mencionadas previamente. Los perfiles experimentales obtenidos permiten evaluar la calidad de fabricación, la distribución real del campo resonante y el grado de concordancia con los resultados de simulación, constituyendo una validación integral tanto del diseño electromagnético como del sistema de medición implementado.

4.2. Arquitectura general del sistema de medición

Para implementar la técnica *bead-pull* se desarrolló un sistema experimental que integra componentes mecánicos, electrónicos y de adquisición de datos. A un nivel de bloques, el sistema está compuesto por:

- una cavidad resonante RF acoplada a un VNA mediante cables coaxiales;
- un sistema mecánico de traslación que desplaza la cuenta metálica a lo largo del eje de la cavidad;

- un motor a pasos NEMA 17 accionado mediante controlador DRV8825 y una tarjeta Arduino Mega 2560;
- una fuente de alimentación de corriente directa para el driver del motor;
- una computadora personal que ejecuta scripts en Python para controlar el VNA y coordinar las mediciones.

En la Fig. 4.1 se muestra un esquema general del montaje experimental. El VNA se acopla a la cavidad mediante cables coaxiales, mientras que el sistema de poleas permite desplazar la cuenta a lo largo del eje longitudinal con pasos definidos por el motor a pasos. La computadora controla la adquisición de datos del VNA (mediante PyVISA) y la posición de la cuenta mediante comunicación serial con el Arduino.

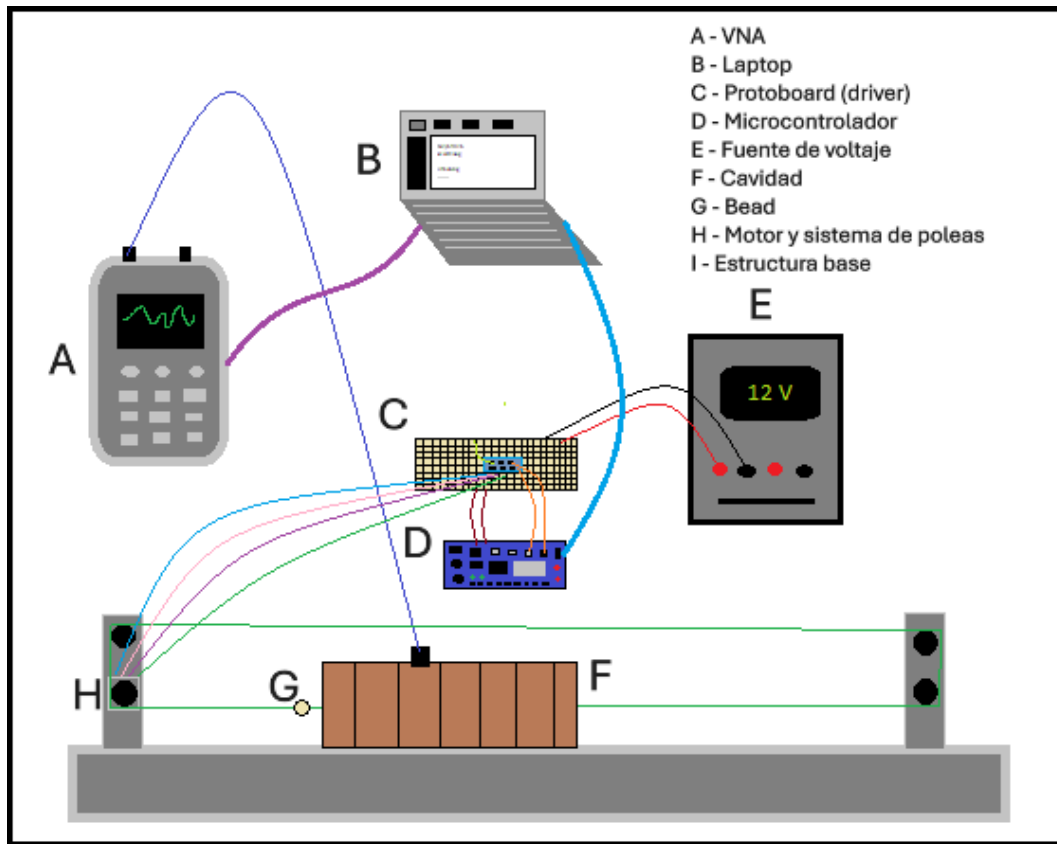


Figura 4.1: Esquema del sistema experimental de medición *bead-pull*. Se muestran la cavidad resonante, el sistema de poleas y motor a pasos, la tarjeta Arduino, el driver del motor, la fuente de voltaje, el VNA y la computadora de adquisición.

4.3. Montaje experimental: parte mecánica

El montaje experimental integra una estructura mecánica basada en perfiles de aluminio 30×30 mm con ranura en T, sobre la cual se fijan la cavidad resonante y el sistema de poleas para el desplazamiento de la cuenta. Para ensamblar las distintas partes se diseñaron e imprimieron piezas en 3D que permiten sujetar la cavidad, el motor a pasos y las poleas de manera rígida y alineada.

La cuenta utilizado es una esfera de oro de 3 mm de diámetro suspendida sobre un hilo de poliamida (*nylon*) de 0.5 mm de grosor. El hilo se guía mediante un conjunto de poleas montadas en soportes impresos en 3D, de forma que el recorrido de la cuenta coincida con el eje geométrico de la cavidad dentro de la mayor precisión posible del montaje.

En la Fig. 4.2 se muestra una vista general del sistema de medición ya ensamblado, incluyendo la cavidad, la estructura de aluminio y los instrumentos de medición. En la Fig. 4.3 se presentan detalles del sistema de poleas y de la fijación de la cavidad a la estructura.

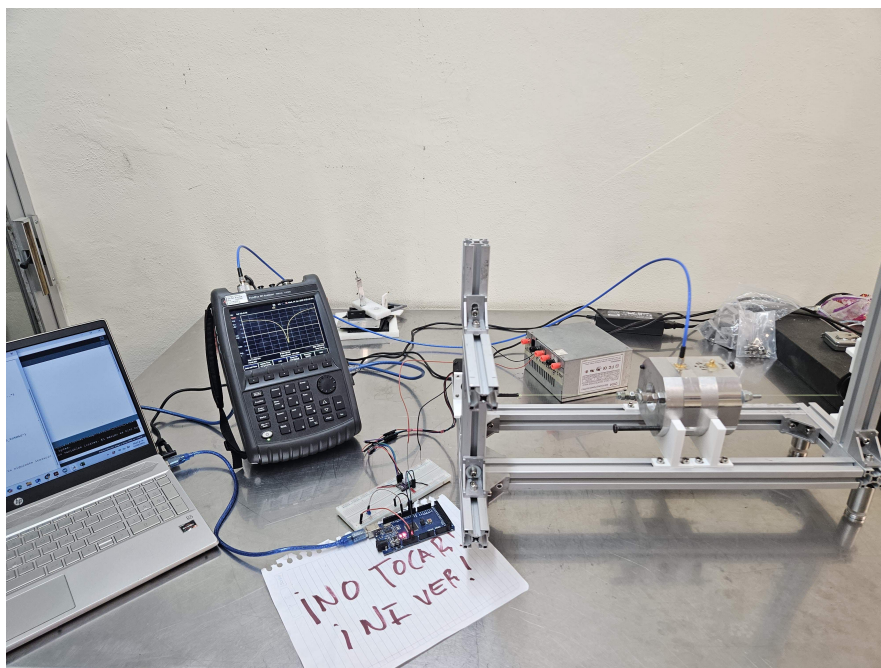
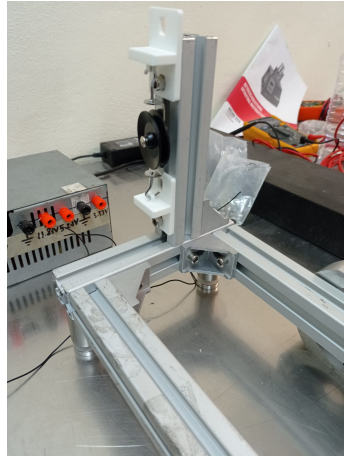
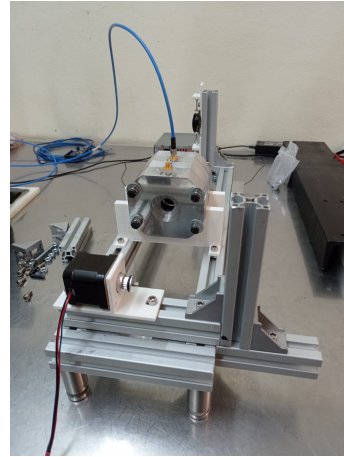


Figura 4.2: Montaje completo del sistema de medición *bead-pull*. Se muestra la integración de la cavidad resonante con el VNA FieldFox N9914A, la tarjeta Arduino Mega 2560, el driver DRV8825, la fuente de voltaje y la computadora que ejecuta los scripts de control y adquisición.



(a)



(b)

Figura 4.3: Imágenes del sistema de medición *bead-pull*. En (a) se observa parte del sistema de poleas para el desplazamiento de la cuenta; en (b), una vista frontal del montaje principal; la cavidad y el motor a pasos montados en la estructura.

4.4. Sistema electrónico y automatización

4.4.1. Control del motor a pasos

El movimiento de la cuenta a lo largo del eje de la cavidad se logra mediante un motor a pasos NEMA 17 acoplado mecánicamente a un rodamiento de 12 mm de diámetro, sobre el cual se fija una banda conectada al hilo de poliamida. El motor es controlado mediante un driver DRV8825, alimentado con una fuente de 12 V de corriente directa.

La tarjeta Arduino Mega 2560 genera las señales de pasos y dirección hacia el DRV8825, definiendo así el número de pasos y el sentido de giro del motor. Además, el Arduino se encarga de gestionar la comunicación serial con la computadora, recibiendo comandos para avanzar el motor y enviando mensajes de confirmación una vez que el movimiento ha sido completado. De esta forma, el Arduino actúa como interfaz entre el control de alto nivel (implementado en Python) y el accionamiento físico del sistema de traslación.

4.4.2. Comunicación con el VNA y adquisición de datos

La computadora se comunica con el VNA FieldFox N9914A utilizando la librería PyVISA a través del protocolo TCP/IP. Una vez establecida la conexión, el VNA es configurado mediante comandos SCPI (*Standard Commands for Programmable Instruments*) para realizar barridos en frecuencia alrededor de la frecuencia de resonancia de interés y registrar la

respuesta en el parámetro S_{11} .

El mismo script en Python también establece la comunicación serial con el Arduino. El flujo general es el siguiente: se envía un comando al Arduino para mover el motor un número determinado de pasos, se espera la confirmación de que el movimiento ha finalizado y, a continuación, se envía al VNA el comando para realizar la medición. Los datos adquiridos se almacenan en tiempo real en archivos .csv para su posterior análisis.

4.4.3. Principio de funcionamiento del analizador de redes vectoriales (VNA)

El analizador de redes vectoriales (VNA) es el instrumento encargado de caracterizar la respuesta electromagnética de la cavidad mediante la medición de los parámetros de dispersión S_{ij} . En general, estos parámetros describen cómo una onda electromagnética incidente en el puerto j de un dispositivo es reflejada o transmitida hacia el puerto i . Físicamente, S_{ij} es la razón entre la amplitud de la onda que sale por el puerto i y la amplitud de la onda que entra por el puerto j cuando los demás puertos están adaptados.

En este trabajo se utilizó una configuración monopuerto, por lo que el parámetro de interés es exclusivamente S_{11} , el cual cuantifica la fracción de la onda que se refleja hacia el VNA. Así, el análisis experimental se basa completamente en la forma del espectro de $S_{11}(f)$.

Para determinar este parámetro, el VNA genera una onda sinusoidal de frecuencia controlada mediante un oscilador interno. La señal generada puede expresarse como

$$V(t) = V_0 \cos(\omega t + \phi), \quad (4.1)$$

con V_0 la amplitud, $\omega = 2\pi f$ la frecuencia angular y ϕ la fase. Esta señal se propaga por el cable coaxial como una onda viajera en modo TEM, con un campo eléctrico radial y un campo magnético azimutal. Cuando alcanza el puerto de acoplo de la cavidad, una parte de la onda ingresa e intenta excitar los modos propios del resonador.

Dentro de la cavidad, la onda ya no viaja de forma indefinida como en la línea de transmisión. Las paredes metálicas imponen condiciones de frontera que permiten únicamente soluciones de onda estacionaria. Si la frecuencia de la señal coincide con una frecuencia propia del resonador, la energía queda confinada y se establece un patrón de campo estacionario. Esta condición corresponde a la resonancia, en la cual la cavidad almacena energía eficientemente.

Para localizar estas resonancias, el VNA realiza un barrido en frecuencia dentro de un intervalo definido por el usuario. Dicho intervalo se divide en N puntos uniformemente es-

paciados, y el paso de barrido está dado por

$$\Delta f = \frac{f_{\text{final}} - f_{\text{inicial}}}{N - 1}. \quad (4.2)$$

Una resolución fina permite observar resonancias estrechas (modos con alto factor de calidad), mientras que una resolución insuficiente puede ocultarlas.

En cada punto del barrido, el VNA mide la relación entre la onda reflejada y la onda incidente, es decir, la magnitud de S_{11} . Esta magnitud se expresa en decibeles mediante

$$|S_{11}|_{\text{dB}} = 20 \log_{10} |S_{11}|. \quad (4.3)$$

La escala de decibeles se utiliza en el análisis de parámetros-S porque facilita la interpretación de señales que pueden variar en varios órdenes de magnitud. En una medición típica de S_{11} o S_{21} , los valores pueden ir desde $|S| \approx 1$ (0 dB) hasta $|S| \approx 10^{-3}$ (60 dB) o incluso menos. Expresar directamente estas amplitudes en forma lineal sería poco práctico, ya que se tendrían números pequeños difíciles de comparar entre sí. La escala logarítmica comprime este rango y lo convierte en valores manejables e intuitivos.

Además, el uso de decibeles permite interpretar fácilmente las relaciones de amplitud y potencia. Una reducción de 6 dB corresponde exactamente a una reducción a la mitad en amplitud, 20 dB indica que la señal se redujo a la décima parte, y así sucesivamente. Esta propiedad facilita comparar pérdidas, niveles de reflexión y profundidades de resonancia sin necesidad de cálculos adicionales.

La escala en dB también es aditiva para relaciones multiplicativas. Por ejemplo, cuando la señal atraviesa varios componentes, como cables, conectores o adaptadores, cada uno con su propia pérdida, el total puede obtenerse sumando sus valores en dB. Esta característica simplifica enormemente el análisis de sistemas de RF, donde las atenuaciones y ganancias suelen combinarse de manera secuencial.

La naturaleza logarítmica de la escala coincide con las propias características del oído humano, instrumentos, detectores y sistemas de medición que históricamente fueron sensibles a proporciones de señal en lugar de cambios absolutos. Aunque en RF ya no se depende de la percepción humana, la convención persistió porque ofrece ventajas matemáticas y de interpretación que siguen siendo esenciales en microondas, comunicaciones, antenas y cavidades resonantes.

La Tabla 4.1 muestra la equivalencia entre la magnitud en decibeles y el porcentaje de amplitud reflejada, lo que resulta útil para interpretar la profundidad de los valles en el espectro de S_{11} .

Porcentaje de amplitud reflejada	Magnitud en dB
100 % ($ S_{11} = 1$)	0 dB
50 % ($ S_{11} = 0.5$)	-6.02 dB
31.6 % ($ S_{11} = 0.316$)	-10 dB
10 % ($ S_{11} = 0.1$)	-20 dB
3.16 % ($ S_{11} = 0.0316$)	-30 dB
1 % ($ S_{11} = 0.01$)	-40 dB
0.1 % ($ S_{11} = 0.001$)	-60 dB

Tabla 4.1: Equivalencia entre porcentaje de amplitud reflejada y magnitud en decibeles para el parámetro S_{11} .

Un valor de 0 dB indica que la amplitud de la onda reflejada es igual a la de la onda incidente, lo cual ocurre cuando la cavidad está fuera de resonancia y actúa casi como un cortocircuito perfecto. En contraste, cuando la frecuencia coincide con un modo resonante, la cavidad almacena una fracción significativa de la energía y el valor de S_{11} disminuye, produciendo un valle en la curva $S_{11}(f)$ que identifica claramente la resonancia.

En una cavidad ideal sin pérdidas, estos valles serían infinitamente estrechos. En un resonador real, la energía almacenada decae debido a pérdidas ohmicas y radiativas, y la resonancia presenta un ancho de banda finito caracterizado por el factor de calidad

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f}, \quad (4.4)$$

donde Δf es el ancho del valle a -3 dB respecto al mínimo. Modos con alto Q producen valles estrechos y profundos, mientras que modos con bajo Q generan resonancias más anchas y menos pronunciadas.

Aunque la cavidad posee un número infinito de modos propios, sólo se observan aquellos que se encuentran dentro del rango de frecuencias configurado, que presentan un acoplamiento adecuado con el puerto y cuyo ancho de banda supera el paso del barrido. Esto explica por qué en una medición real sólo aparece un subconjunto de los modos existentes.

En el contexto de la técnica *bead-pull*, la medición precisa de $S_{11}(f)$ resulta esencial. La cuenta introduce una perturbación pequeña en la energía almacenada por el modo resonante y desplaza ligeramente la frecuencia de resonancia. Gracias a la alta resolución del VNA, estos desplazamientos pueden registrarse a lo largo de la trayectoria de la cuenta, permitiendo reconstruir el perfil longitudinal del campo en el modo $\pi/2$. De esta manera, la medición de S_{11} no sólo detecta resonancias, sino que provee la sensibilidad necesaria para caracterizar la distribución de campo en la cavidad estudiada.

4.5. Procedimiento de medición

El procedimiento de medición se basa en la sincronización entre el desplazamiento de la cuenta y las lecturas del VNA. Para cada posición de la cuenta, el Arduino mueve el motor el número requerido de pasos y envía una confirmación a la computadora. Una vez alcanzada la posición deseada, el script en Python ordena al VNA realizar la medición, guarda la información correspondiente y solicita al Arduino avanzar a la siguiente posición. Este ciclo se repite hasta completar el recorrido dentro de la cavidad.

El pseudocódigo del procedimiento se muestra en el Algoritmo 1.

Algoritmo 1 Procedimiento de medición mediante la técnica *bead-pull*

- 1: Inicializar Arduino, VNA y comunicación serial
 - 2: Definir número de posiciones N y tamaño de paso
 - 3: $i \leftarrow 1$
 - 4: **while** $i \leq N$ **do**
 - 5: Enviar comando al Arduino para mover el motor un paso
 - 6: Esperar confirmación “OK” desde el Arduino
 - 7: Enviar comando SCPI al VNA para realizar la medición
 - 8: Leer la frecuencia de resonancia
 - 9: Guardar la posición i y el valor medido
 - 10: $i \leftarrow i + 1$
 - 11: **end while**
 - 12: Procesar los datos para reconstruir $E_z(z)$ mediante el teorema de Slater
-

4.6. Verificación del paso del sistema de traslación

El motor NEMA 17 utilizado tiene un paso angular mínimo de 1.8° . Al acoplar un rodamiento de 12 mm de diámetro al eje del motor, el desplazamiento lineal mínimo por paso se obtiene como

$$\Delta x = \frac{\theta}{360^\circ} \cdot \pi \cdot D, \quad (4.5)$$

donde

- $\theta = 1.8^\circ$ es el ángulo por paso del motor,
- $D = 12$ mm es el diámetro del rodamiento.

Sustituyendo estos valores se obtiene

$$\Delta x \approx 188.5 \mu\text{m}. \quad (4.6)$$

Este valor se emplea para convertir el número de pasos del motor en posiciones físicas dentro de la cavidad. De manera preliminar se verificó que el desplazamiento lineal medido manualmente con un calibrador *vernier* coincide, dentro de la precisión experimental, con el valor calculado, por lo que en lo sucesivo se utilizará Δx como paso lineal del sistema de traslación.

4.7. Postprocesamiento de datos

Los datos obtenidos durante la medición se almacenan en archivos `.csv`, donde para cada posición de la cuenta se registran múltiples mediciones de la frecuencia de resonancia. Cada registro contiene, entre otras columnas, la posición de la cuenta (etiquetada como `Posicion`) y el valor de la frecuencia mínima medida en el parámetro S_{11} (columna `Frecuencia_Hz`).

El postprocesamiento se realiza mediante un script en Python utilizando las librerías `pandas`, `numpy` y `matplotlib`. En primer lugar, se lee el archivo de datos y se agrupan las mediciones por posición para obtener un valor promedio de la frecuencia de resonancia en cada punto:

- para cada valor de `Posicion` se calculan los promedios de `Frecuencia_Hz`, de modo que se reduce la influencia del ruido y de fluctuaciones instantáneas del VNA;
- el resultado es una tabla resumida con una frecuencia promedio $f(i)$ asociada a cada posición i de la cuenta.

A partir de este conjunto de datos promediados se estima la frecuencia de referencia f_0 como el valor máximo de la frecuencia medida:

$$f_0 = \text{máx}\{f(i)\}, \quad (4.7)$$

la cual corresponde, en la práctica, a la frecuencia de resonancia de la cavidad en ausencia de perturbación o con una perturbación mínima del campo por parte de la cuenta. Para evitar efectos espurios, en el análisis sólo se consideran las posiciones que cumplen

$$f(i) < f_0, \quad (4.8)$$

descartando así puntos que pudieran verse afectados por ruido o por una mala identificación numérica del mínimo en S_{11} .

Bajo la hipótesis de perturbación débil, el teorema de Slater establece que el cambio relativo de frecuencia está relacionado con la energía almacenada en el campo eléctrico. En el caso de una cuenta desplazándose a lo largo del eje de la cavidad, la contribución dominante proviene del campo eléctrico longitudinal, por lo que se puede asumir que

$$|E_z(z_i)| \propto \sqrt{\frac{f_0 - f(i)}{f_0}}. \quad (4.9)$$

En el script de Python esta relación se implementa mediante el cálculo de un campo eléctrico normalizado definido como

$$E_{z,\text{norm}}(i) = \sqrt{\frac{f_0 - f(i)}{f_0}}. \quad (4.10)$$

Si bien el campo eléctrico E_z tiene unidades de V/m, la cantidad $E_{z,\text{norm}}(i)$ definida en la Ec. 4.10 es adimensional, ya que resulta de normalizar la variación de frecuencia relativa. Esta normalización es suficiente para determinar la distribución espacial del campo, dado que el interés físico reside en su perfil longitudinal y no en su magnitud absoluta. Este valor se asigna a cada posición de la cuenta, de manera que se obtiene un perfil discreto $E_{z,\text{norm}}(i)$ a lo largo del eje de la cavidad. La posición i puede asociarse posteriormente a una coordenada longitudinal z_i utilizando el paso lineal Δx determinado en la Sección 4.6:

$$z_i \approx (i - 1) \Delta x. \quad (4.11)$$

Finalmente, el perfil normalizado del campo eléctrico se representa gráficamente como función de la posición, obteniéndose así una estimación experimental de la distribución longitudinal del campo eléctrico del modo resonante analizado. Estas curvas se presentan y discuten en detalle en el capítulo de resultados, donde se comparan directamente con las distribuciones de campo obtenidas mediante las simulaciones electromagnéticas.

Capítulo 5

Resultados y discusión

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos tanto en la etapa de simulación, como en la implementación del sistema de medición.

El sistema de medición se ha podido implementar con éxito en un par de cavidades anteriormente fabricadas para trabajos anteriores y las cuales aún no contaban con caracterización mediante la técnica *bead-pull*. Las cavidades en cuestión son una *pillbox cavity* con frecuencia de diseño de 2.998 GHz y una con acoplamiento lateral con frecuencia de diseño de 4.47 GHz. Por otro lado, es importante señalar que la cavidad propuesta en este trabajo aún se encuentra en fase de optimización de algunos de sus parámetros, lo cual se propone como trabajo futuro.

Así, los resultados que se presentan en el capítulo se dividen esencialmente en dos partes principales: los obtenidos a partir de las simulaciones por computadora de la cavidad propuesta, y los obtenidos experimentalmente en la implementación del sistema de medición en las cavidades ya existentes.

5.1. Resultados de las simulaciones electromagnéticas del diseño final

En esta sección se presentan los resultados finales obtenidos mediante las simulaciones electromagnéticas del modelo reducido de dos celdas principales y una celda de acoplamiento (modelo 2+1), así como la transición hacia el diseño completo de la cavidad de siete celdas principales acopladas mediante seis celdas laterales (modelo 7+6).

5.1.1. Modelo reducido: parámetros finales, tolerancias y campo eléctrico

El modelo reducido permitió identificar los parámetros geométricos que reproducen adecuadamente el modo $\pi/2$ a la frecuencia objetivo de 2.998 GHz, garantizando al mismo tiempo una distribución de campo longitudinal acorde con una estructura con celda lateral. Los valores óptimos obtenidos de los parámetros se muestran en la Tabla 5.1.

Parámetro	Valor
r	3.856 cm
p	1.45
d	0.7 cm
r_{bl}	1.2 cm
l_n	0.6 cm

Tabla 5.1: Parámetros geométricos finales del modelo reducido 2+1 celdas.

La distribución final del campo eléctrico longitudinal para estos parámetros se muestra en la Figura 5.1. En el perfil de E_z calculado sobre el eje de la cavidad se observan máximos bien definidos en las regiones correspondientes a las cavidades principales, mientras que el campo se mantiene cercano a cero en la zona asociada a la celda lateral. Esto indica que la celda de acoplamiento no contribuye al campo acelerador y que la energía electromagnética se concentra en las celdas principales, como se requiere para la operación en el modo $\pi/2$.

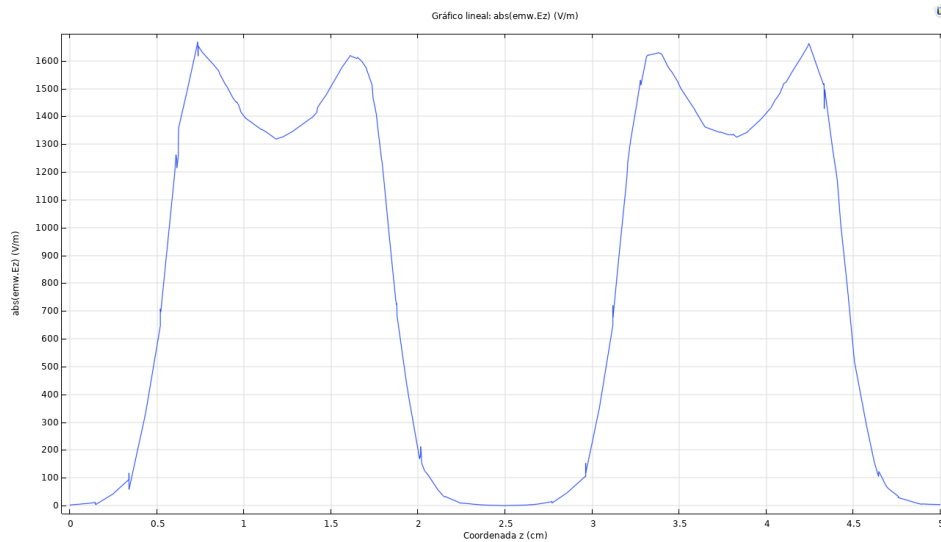


Figura 5.1: Distribución del campo longitudinal E_z en el modelo 2+1 celdas para los parámetros finales.

Tolerancias geométricas

Las tolerancias geométricas se determinaron a partir del análisis de sensibilidad del modelo reducido. En la Tabla 5.2 se resumen los cambios en la frecuencia de resonancia asociados a variaciones pequeñas en los parámetros geométricos más relevantes.

Parámetro	Variación aplicada	Cambio en frecuencia	Sensibilidad
Radio de la cavidad principal (r_b)	± 0.1 mm	± 5.18 MHz	51.8 MHz/mm
Radio de la celda lateral (r_l)	± 0.1 mm	± 0.1 MHz	1.0 MHz/mm
Desalineación longitudinal	± 0.2 mm	± 0.66 MHz	3.3 MHz/mm

Tabla 5.2: Sensibilidades geométricas de la frecuencia de resonancia para el modelo 2+1 celdas.

Estos resultados confirman que el parámetro más crítico durante la fabricación es el radio de la cavidad principal, debido a su sensibilidad significativamente mayor en comparación con el resto de los parámetros geométricos.

Shunt impedance

El barrido paramétrico orientado a maximizar la *shunt impedance* por unidad de longitud ($r_{sh,L}$) arrojó valores entre 116 M Ω /m y 119 M Ω /m, ubicándose dentro del rango típico para estructuras S-band tipo SCL. En la Tabla 5.3 se presentan las cinco combinaciones con mayor r_{sh} .

Tabla 5.3: Valores máximos de $r_{sh,L}$ obtenidos en el modelo reducido.

#	r_{bl} (cm)	l_n (cm)	r_n (cm)	r_{sh} (M Ω /m)
1	1.2	0.6	0.06	119.84
2	1.2	0.5	0.06	118.63
3	1.05	0.6	0.06	117.68
4	1.2	0.4	0.06	117.05
5	1.2	0.5	0.1	116.80

Estos valores guiaron la selección final de parámetros para escalar el diseño hacia el modelo completo.

5.1.2. Diseño final de la cavidad

El modelo reducido sirvió como base para el diseño de la cavidad completa de siete celdas principales acopladas mediante seis celdas laterales. Los parámetros geométricos finales

utilizados en la cavidad completa se muestran en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4: Parámetros geométricos utilizados en el diseño final de la cavidad de 7+6 celdas.

Parámetro	Valor
r	3.695 cm
p	1.45
d	0.7 cm
l_b	2.4 cm
r_{bl}	0.7 cm
l_n	0.45 cm
r_n	0.06 cm
a	0.2 cm
s	0.2 cm
r_m	0.1 cm
r_o	0.1 cm

La Figura 5.2 muestra la geometría longitudinal final obtenida en COMSOL, mientras que la Figura 5.3 presenta el perfil longitudinal del valor absoluto del campo eléctrico $|E_z|$ calculado sobre el eje de la cavidad completa. Se observan máximos bien definidos en las posiciones correspondientes a las celdas principales, mientras que el campo disminuye notablemente en las regiones intermedias donde se ubican las celdas laterales y las zonas de acoplamiento. Este comportamiento confirma que el campo acelerador se concentra en las celdas principales, tal como se espera para la operación en el modo $\pi/2$.

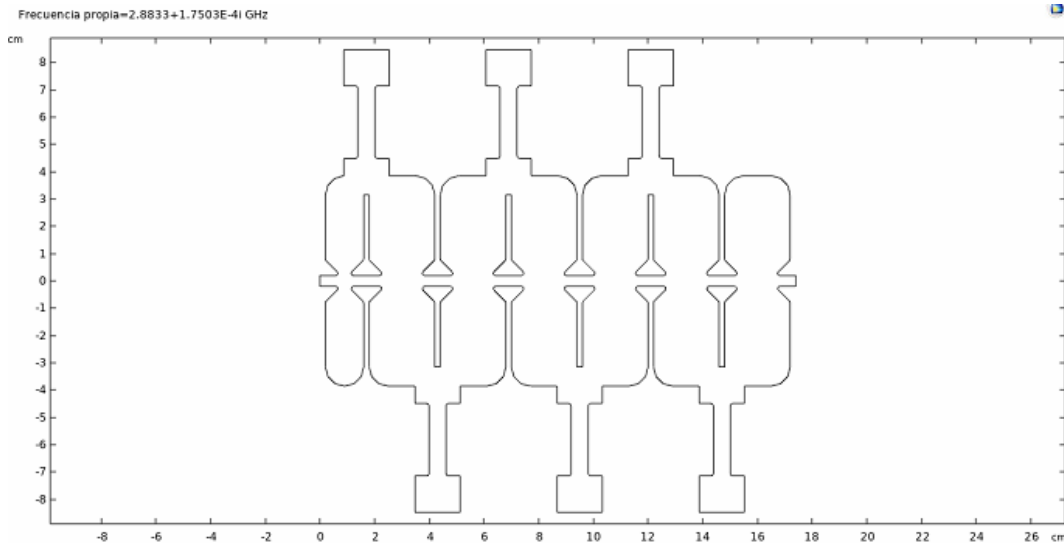


Figura 5.2: Geometría final de la cavidad de 7+6 celdas.

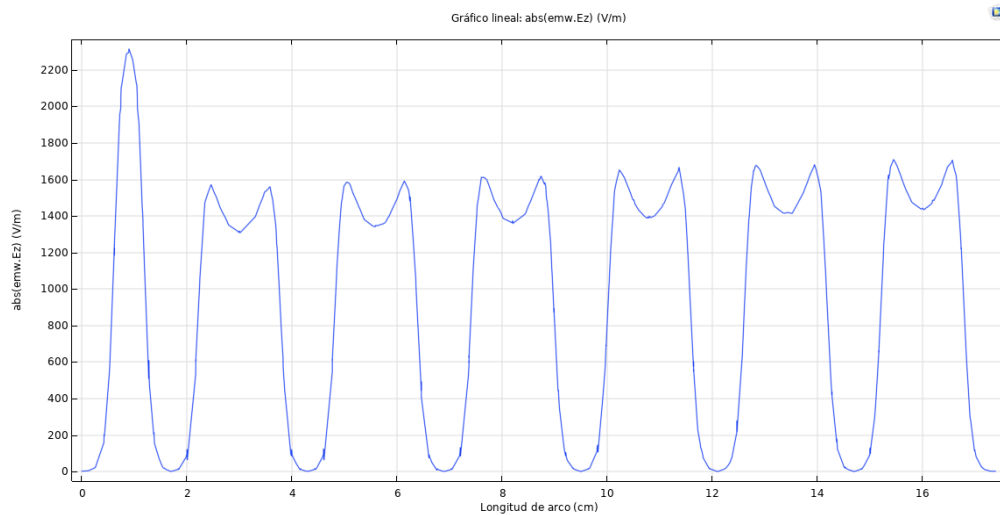


Figura 5.3: Campo eléctrico longitudinal $|E_z|$ en el modo $\pi/2$ para la cavidad completa.

5.1.3. Acoplamiento de RF mediante guía de onda WR-284

Finalmente, se integró una guía de onda WR-284 como sistema de alimentación RF. La Figura 5.4 muestra la geometría del acoplamiento.

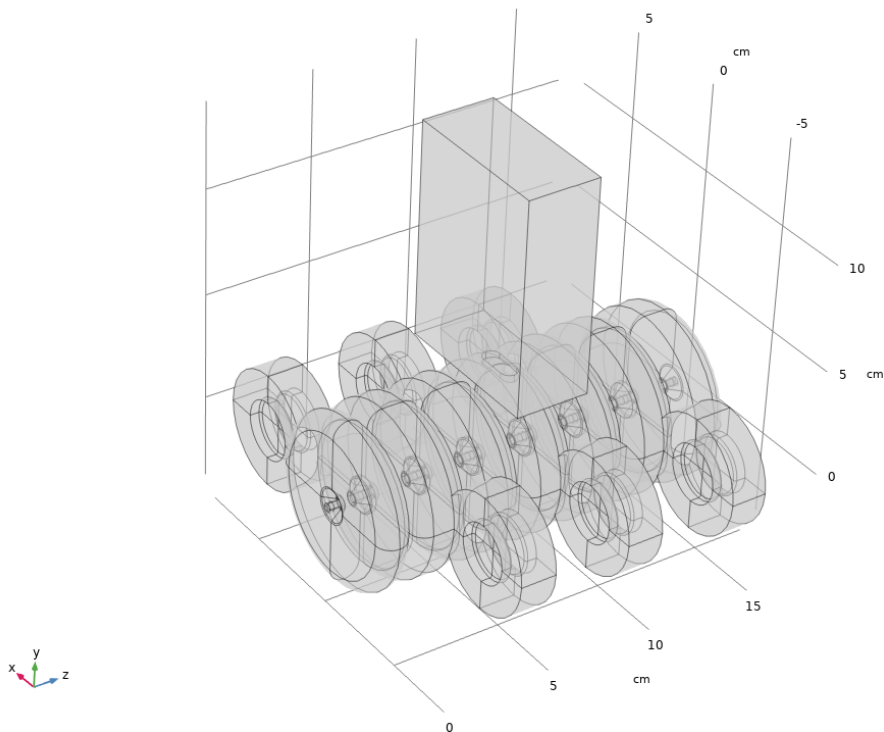


Figura 5.4: Acoplamiento de la cavidad mediante guía de onda WR-284.

Este acoplamiento permitió excitar eficientemente el modo $\pi/2$ sin inducir modos vecinos, confirmando la compatibilidad del diseño electromagnético con su futura implementación experimental.

5.2. Resultados experimentales con cavidades existentes

A continuación se muestran los resultados obtenidos al implementar el sistema de medición en las cavidades previamente maquinadas. Se presentan las distribuciones de campo eléctrico obtenidas tanto de manera experimental como en las simulaciones.

5.2.1. Resultados en la cavidad tipo *pillbox* de 2.998 GHz

La primera prueba experimental se realizó a una cavidad previamente fabricada, la cual sólo había tenido pruebas de frecuencias de resonancia. Dicha cavidad, maquinada en aluminio, está diseñada para operar en el modo $\pi/2$ a una frecuencia de 2.998 GHz [31].

Se hicieron los ajustes necesarios en el sistema de medición e igualmente se diseñaron e imprimieron algunas piezas en 3D para montar la cavidad y centrar el hilo lo más próximo a su eje central. Se hicieron distintas pruebas para verificar que el sistema, tanto en sus componentes de *hardware* como en las de *software*, funcionara de manera adecuada.

En la Figura 5.5 se pueden observar detalles relevantes de la geometría de la cavidad.

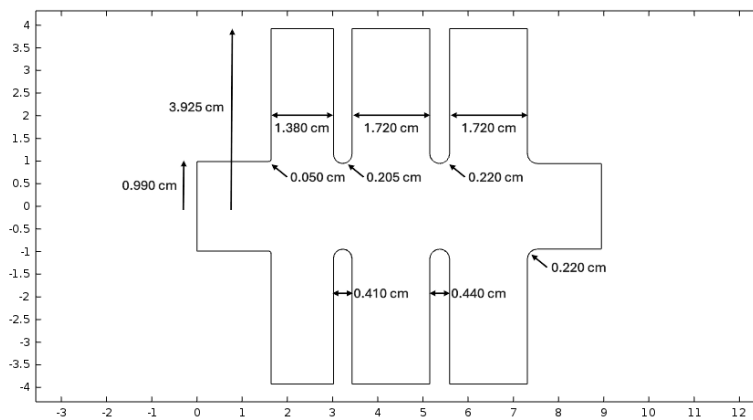


Figura 5.5: Corte longitudinal de la cavidad con frecuencia de diseño de 2.998 GHz.

Al implementar el sistema de medición en la primera cavidad obtuvimos el resultado que se presenta en la Figura 5.6

En la Figura 5.6 se presenta la comparación entre los resultados obtenidos mediante las simulaciones numéricas y las mediciones experimentales del campo eléctrico longitudinal en

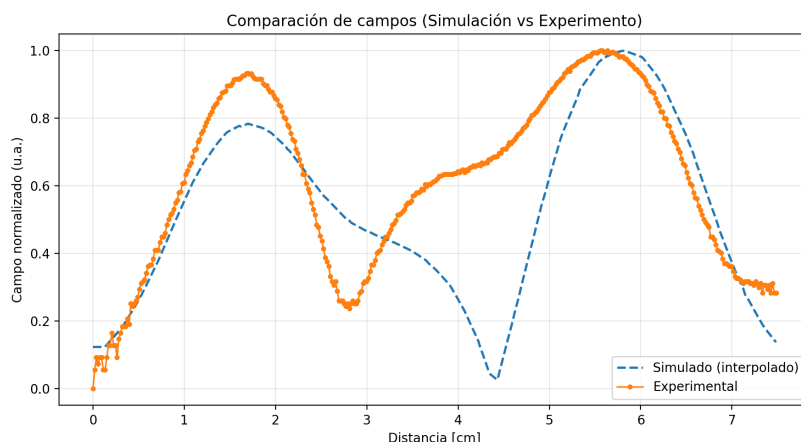


Figura 5.6: Campo eléctrico longitudinal en $r = 0$ para el modo $\pi/2$, simulación y medición experimental.

la cavidad resonante. Se observa una coincidencia general en la posición de los picos de campo en ambos espectros, lo cual indica que el comportamiento global del modo de resonancia fue reproducido correctamente en la simulación. Sin embargo, puede notarse que los espectros presentan un efecto de “espejo”, es decir, una inversión en la distribución del campo con respecto a un cierto eje de referencia.

Después de explorar distintas posibles causas de esta anomalía incluyendo la orientación del eje de barrido, la referencia de fase en el sistema de medición y la forma en que se exportaron los datos del campo en COMSOL se concluyó que la discrepancia no se debe a un error de procesamiento o representación, sino a diferencias estructurales entre el modelo simulado y la cavidad física medida.

Idealmente, las simulaciones deberían haberse realizado utilizando el archivo CAD original con el que se fabricó la cavidad. No obstante, dado que dicha cavidad fue construida hace varios años como parte de un proyecto previo, no fue posible acceder a ese archivo raíz. Por tal motivo, se optó por reconstruir la geometría en COMSOL a partir de mediciones directas de la cavidad utilizando un calibrador *vernier*, procurando la mayor precisión posible.

Cabe destacar que los resultados obtenidos en estas nuevas simulaciones concuerdan con los reportes de simulaciones previas realizadas durante el diseño original de la cavidad, lo cual valida la coherencia del modelo. Sin embargo, al comparar con los resultados experimentales actuales, las discrepancias observadas pueden atribuirse principalmente a las imperfecciones físicas de la cavidad, producto del desgaste por manipulación a lo largo de los años y de las limitaciones del proceso de maquinado original, que no fue realizado con tolerancias estrictas. Cada una de estas irregularidades geométricas, por pequeña que sea, contribuye acumulati-

vamente a las diferencias observadas entre los espectros simulado y medido.

5.2.2. Resultados en la cavidad con celda lateral de 4.47 GHz

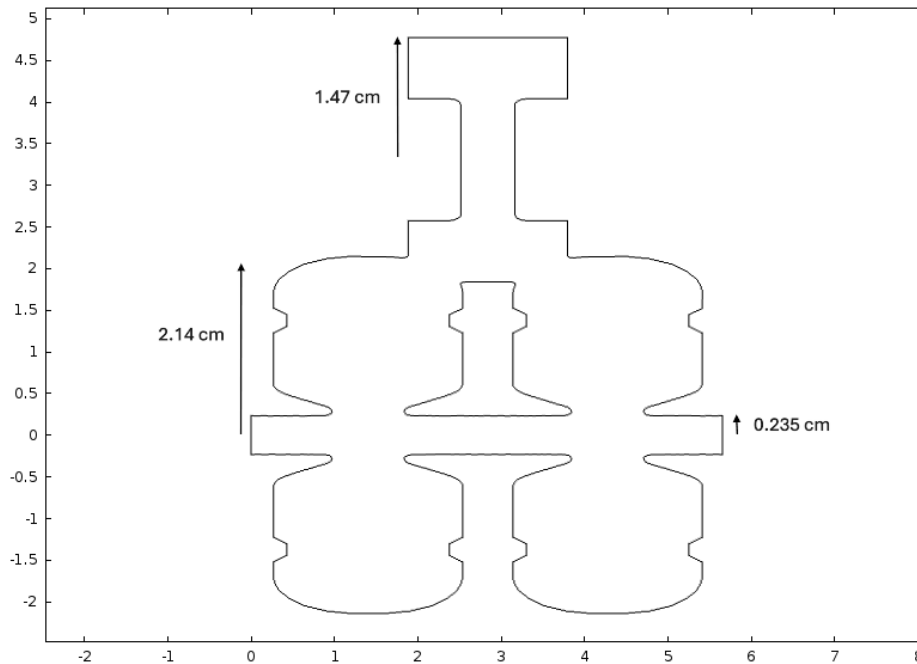


Figura 5.7: Corte longitudinal de la cavidad con frecuencia de diseño de 4.47 GHz.

En la Figura 5.8 se muestra la comparación entre el campo eléctrico obtenido mediante simulación y el correspondiente a las mediciones experimentales de la segunda cavidad. Se observa una coincidencia considerable en el primer pico del campo, tanto en la posición como en la forma del perfil, lo que indica una buena correspondencia entre el comportamiento del modo simulado y el medido. En lo que respecta al segundo pico, en la simulación éste aparece con una amplitud mucho menor en comparación con el primero, mientras que en las mediciones experimentales no fue posible detectarlo.

Otro aspecto que puede notarse es la presencia de un desplazamiento de base (*offset*) en la distribución experimental, lo que impide que el campo medido se anule completamente en las regiones donde el campo simulado tiende a cero. Este efecto se explica considerando que, para que el campo se anule en dichas regiones, sería necesario que la frecuencia de resonancia medida coincidiera con la frecuencia de la cavidad sin la presencia de la cuenta (es decir, que $\Delta f = f_0 - f = 0$). Sin embargo, esto no ocurre debido a que la cuenta introduce inevitablemente una perturbación en la cavidad, producto de su volumen conductor, lo que genera

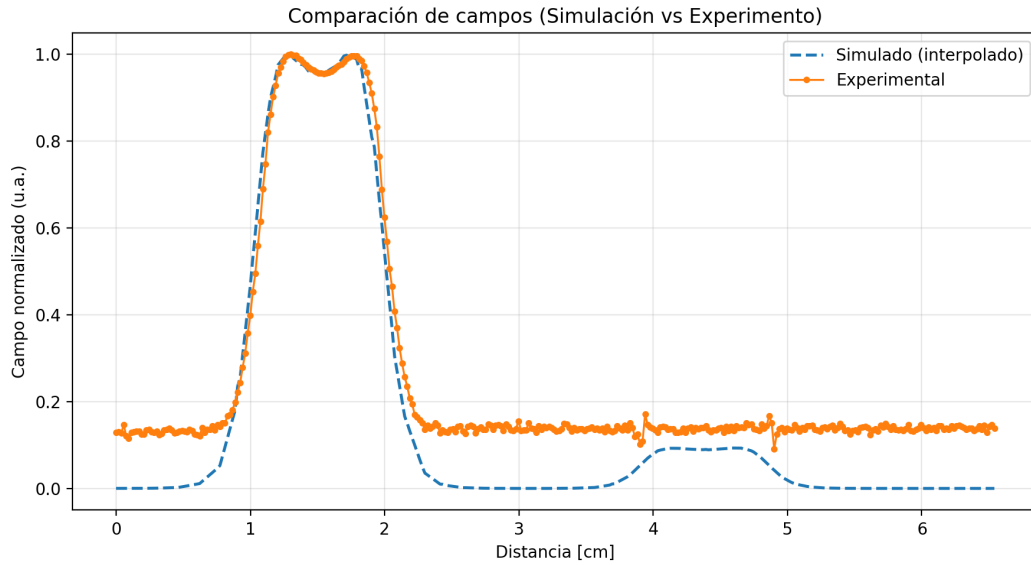


Figura 5.8: Campo eléctrico longitudinal en $r = 0$ para el modo $\pi/2$, simulación y medición experimental.

una diferencia finita en Δf y, en consecuencia, el desplazamiento observado en la línea base experimental.

Una posible manera de reducir este offset sería emplear una perturbación más pequeña, es decir, una cuenta de menor tamaño, de forma que la diferencia en Δf disminuya. No obstante, esto requeriría una mayor precisión en el sistema de medición, ya que las variaciones de frecuencia serían más pequeñas y más difíciles de detectar.

En general, esta segunda medición puede considerarse más satisfactoria que la primera, ya que presenta una mejor coincidencia entre los resultados simulados y experimentales. Esto se debe a que, en este caso, se contó con el archivo raíz del diseño original con el cual fue maquinada la cavidad, lo que permitió realizar las simulaciones sobre una geometría más precisa. Además, el proceso de maquinado se llevó a cabo con mayor exactitud, incorporando la experiencia obtenida previamente. Estos factores contribuyen a la mejora observada en la correspondencia entre ambos resultados.

5.3. Validación del sistema de medición

Los resultados obtenidos con el sistema de medición permiten realizar una comparación directa entre las simulaciones numéricas y los datos experimentales de campo eléctrico. Aunque en la primera cavidad la coincidencia no fue completa, se observan similitudes importan-

tes en la forma general del campo, especialmente en la posición relativa de los picos principales, lo cual constituye una evidencia de que el sistema está captando los modos de resonancia de la manera esperada. Las discrepancias se atribuyen principalmente a factores fuera de nuestro control, como las imperfecciones geométricas de la cavidad, las limitaciones del proceso de maquinado y condiciones ambientales que pueden introducir perturbaciones durante la medición.

En el caso de la segunda cavidad, los resultados fueron notablemente más consistentes. La forma del campo medido reproduce en buena medida la simulación, mostrando una tendencia similar y un primer pico de excelente correspondencia. Las diferencias observadas en regiones donde la intensidad del campo es bajo se relacionan con la naturaleza misma de la medición mediante la técnica *bead-pull*, donde la presencia de la cuenta introduce una perturbación finita en la frecuencia de resonancia. A pesar de ello, los resultados obtenidos pueden considerarse muy satisfactorios para un primer acercamiento experimental, confirmando la viabilidad y precisión del sistema desarrollado.

Un parámetro a tener en cuenta es el que se relaciona con la alineación de las placas que conforman la cavidad. Se detectó una alta sensibilidad de las resonancias a pequeñas desviaciones en el alineamiento, lo cual puede modificar la distribución de los modos y afectar la simetría del campo medido. Este aspecto puede mejorarse mediante el uso de guías de centrado o elementos de ajuste fino durante el montaje.

Asimismo, se identificó la vibración mecánica inducida por el motor a pasos como una posible fuente de error. Aunque el sistema presenta una estructura robusta, el acoplamiento mecánico entre el motor y la cavidad puede generar desplazamientos mínimos que alteran la medición, especialmente en regiones donde el campo varía rápidamente. Una mejora práctica consistiría en aislar mecánicamente la estructura de soporte de la cavidad de la del motor, reduciendo así los efectos de vibración.

En términos generales, el sistema se encuentra plenamente funcional y adaptable para su aplicación a otras cavidades. Su diseño modular permite ajustar las dimensiones del montaje mediante la impresión de piezas específicas en 3D para cada cavidad, lo que hace posible su uso en un amplio rango de geometrías sin necesidad de rediseñar el conjunto completo.

Con base en los resultados obtenidos, el sistema de medición se encuentra listo para ser utilizado en la caracterización experimental de la cavidad propuesta en este trabajo. Las pruebas realizadas han permitido validar su funcionamiento, identificar los puntos de mejora y afinar los procedimientos de medición y procesamiento de datos. La experiencia adquirida con las cavidades anteriores proporciona un marco sólido para realizar mediciones más precisas y confiables en más cavidades, particularmente en la propuesta, donde se espera obtener

una correspondencia aún más cercana entre simulación y experimento.

5.4. Conclusiones del capítulo

El sistema de medición implementado demostró su capacidad para obtener resultados reproducibles y coherentes con las simulaciones numéricas, permitiendo identificar las principales características del campo eléctrico dentro de cavidades resonantes. Aunque se observaron diferencias atribuibles a factores constructivos y experimentales, el comportamiento general de las mediciones valida la funcionalidad del sistema.

El desarrollo e implementación de este sistema constituyen un avance importante en la caracterización de cavidades de radiofrecuencia, ya que permiten obtener información detallada sobre la distribución espacial del campo eléctrico, uno de los parámetros más relevantes en el diseño y optimización de cavidades resonantes. Este tipo de mediciones resulta fundamental para validar modelos numéricos, estimar la uniformidad del campo y evaluar la eficiencia de aceleración.

A partir de los resultados alcanzados, se plantea continuar con el mejoramiento del sistema de medición, incorporando mecanismos de alineación más precisos y estrategias de aislamiento de vibraciones. Asimismo, se prevé integrar nuevas técnicas de caracterización complementarias a la medición *bead-pull*, con el fin de obtener una descripción más completa del comportamiento electromagnético de las cavidades.

De igual forma, el sistema servirá como base para la caracterización experimental de nuevas cavidades diseñadas en el marco de este proyecto, contribuyendo al desarrollo de estructuras resonantes con mayor fiabilidad y desempeño, y fortaleciendo la interacción entre la simulación y la experimentación en el diseño de aceleradores de partículas.

Capítulo 6

Conclusiones generales y trabajo futuro

El desarrollo de este trabajo incluyó todas las etapas fundamentales del diseño de cavidades RF, desde la formulación teórica, simulaciones electromagnéticas, hasta la caracterización experimental. Esto permitió construir una infraestructura experimental funcional que contribuye directamente al fortalecimiento de las capacidades nacionales en el diseño de aceleradores de partículas.

En primer lugar, el diseño electromagnético de la cavidad se fundamentó en la selección del modo $\pi/2$, ampliamente utilizado en estructuras del tipo SCL por su estabilidad en aplicaciones de aceleración. La implementación de un modelo inicial de dos celdas principales y una celda lateral permitió sentar las bases para el diseño de cavidades de más celdas y así entender los mecanismos de acoplamiento, la evolución de las frecuencias de resonancia y la distribución del campo eléctrico.

Conforme creció el número de celdas, se observaron desviaciones importantes en parámetros como la *shunt impedance* y la estabilidad de los modos. Estas diferencias reflejan la alta sensibilidad de las estructuras SCL a variaciones en la geometría, al acoplamiento entre secciones adyacentes y a la distribución del campo en el eje central. A pesar de que la cavidad completa requiere una optimización adicional, los resultados obtenidos constituyen un primer paso sólido hacia el desarrollo de una estructura con mejor desempeño electromagnético y mayor eficiencia de aceleración.

En cuanto a la validación experimental, se implementó y perfeccionó un sistema de medición basado en la técnica *bead-pull*, diseñado específicamente para caracterizar cavidades RF. Este sistema demostró ser capaz de reproducir las características esenciales del campo eléctrico longitudinal en diferentes cavidades, aún cuando las mediciones estuvieron sujetas a limitaciones inherentes al método, como la perturbación introducida por la cuenta, las vibra-

ciones mecánicas del motor a pasos y las tolerancias geométricas de los prototipos. La comparación entre los resultados experimentales y las simulaciones numéricas mostró un acuerdo satisfactorio.

En la segunda cavidad analizada, la correspondencia en la forma general del campo y la coincidencia del primer pico validaron la funcionalidad del sistema de medición y sentaron las bases del valor mínimo de perturbación de campo eléctrico que se puede medir (5 MHz).

Además, el análisis crítico del sistema permitió identificar diversas áreas de mejora: la necesidad de mayor precisión en el maquinado, la importancia del alineamiento entre placas, y la conveniencia de desacoplar mecánicamente el motor y la cavidad para reducir vibraciones.

En conjunto, este trabajo deja establecida una ruta completa y replicable para el diseño, simulación y caracterización de cavidades RF en México. La experiencia adquirida demuestra el potencial de integrar herramientas numéricas como COMSOL Multiphysics con capacidades experimentales locales, avanzando hacia una infraestructura más robusta en el ámbito de tecnologías de aceleradores. Aunque el diseño presentado aún requiere optimización para alcanzar valores más competitivos de *shunt impedance* y estabilidad modal, los resultados obtenidos constituyen un avance significativo en la dirección correcta.

Finalmente, este proyecto contribuye a los esfuerzos nacionales por desarrollar tecnología basada en aceleradores de partículas y posiciona a futuras investigaciones en una situación favorable para continuar con el perfeccionamiento de la cavidad propuesta, extender el estudio a configuraciones alternativas y, eventualmente, integrar estas estructuras en aplicaciones científicas, industriales y médicas dentro del país. En este sentido, la tesis no sólo demuestra la viabilidad de diseñar y caracterizar cavidades resonantes en nuestro entorno, sino que establece bases sólidas para la consolidación de una comunidad técnica capaz de enfrentar los retos asociados al desarrollo de aceleradores modernos.

Apéndice A

Códigos implementados

En este apéndice se incluyen los códigos utilizados durante las mediciones y el procesamiento de datos. Los listados completos se muestran a continuación para facilitar la reproducibilidad del trabajo.

A.1. Códigos en Python

A.1.1. Script para el sistema *bead pull*

```
1 import pyvisa
2 import datetime
3 import time
4 import serial
5 import os
6 import requests
7
8
9 def enviar_mensaje_telegram(mensaje):
10     TOKEN = '7178123888:AAGzOzD8vi92Nvc7zgwUCb1hkigBpVlIp3M'
11     CHAT_ID = 7642370806
12     url = f"https://api.telegram.org/bot{TOKEN}/sendMessage"
13     data = {'chat_id': CHAT_ID, 'text': mensaje}
14
15     try:
16         response = requests.post(url, data=data)
17         if response.status_code == 200:
18             print(" Aviso enviado a Telegram.")
19     else:
```

```

20         print(f" Error al enviar: {response.text}")
21     except Exception as e:
22         print(f" Error de conexión: {e}")
23
24
25     # Configuración
26     IP_VNA = '169.254.140.131'
27     puerto_serial = 'COM13'
28     baudrate = 115200
29     repeticiones = 10
30     mediciones = 500
31     tiempo_entre_mediciones = .05 # segundos
32
33     # Archivo resumen
34     archivo_resumen = "resumen_minimos_S11.csv"
35     if not os.path.exists(archivo_resumen):
36         with open(archivo_resumen, 'w') as f:
37             f.write("Posicion,Repeticion,Timestamp,Frecuencia_Hz,S11_dB\n")
38
39     # Conexión a Arduino
40     arduino = serial.Serial(puerto_serial, baudrate, timeout=5)
41     print("Esperando señal desde Arduino...")
42
43     # Conexión al VNA
44     rm = pyvisa.ResourceManager()
45     vna = rm.open_resource(f'TCPIP0::{IP_VNA}::inst0::INSTR')
46     print("Conectado a:", vna.query('*IDN?'))
47
48     # Esperar mediciones desde Arduino
49     medicion = 1
50     while True:
51         try:
52             line = arduino.readline().decode().strip()
53             if line == "ready":
54                 print(f" Posición {medicion} realizando {repeticiones} mediciones...")
55
56                 for k in range(1, repeticiones + 1):
57                     # Ejecutar barrido NUEVO
58                     vna.write('*CLS')
59                     vna.write(':INIT:CONT OFF')
60                     vna.write(':INIT:IMM; *WAI')
61                     time.sleep(1.0)

```

```

62
63     # Asegurar que el marcador sigue el mínimo
64     f_min = float(vna.query(':CALC:MARK1:X?'))
65     s11_raw = vna.query(':CALC:MARK1:Y?')
66     s11_min = float(s11_raw.strip().split(',')[0])
67
68     # Guardar en archivo acumulativo
69     timestamp = datetime.datetime.now().strftime('%Y-%m-%d %H:%M:%S')
70     with open(archivo_resumen, 'a') as f:
71         f.write(f"{medicion},{k},{timestamp},{f_min},{s11_min}\n")
72
73     print(f" Medic. {k}/{repeticiones}  f = {f_min:.2f} Hz, S11 =
74         ↪ {s11_min:.2f} dB")
75     time.sleep(tiempo_entre_mediciones)
76
77     # Avisar a Arduino que puede continuar
78     arduino.write(b"ok\n")
79     medicion += 1
80     if (medicion + 1) % 50 == 0:
81         mensaje = f'Se han completado {medicion+1} mediciones.'
82         enviar_mensaje_telegram(mensaje)
83
84     # Verifica si se han completado todas las mediciones
85     if medicion > mediciones: # Cambia este valor si tu condición es
86         ↪ diferente
87         enviar_mensaje_telegram(' aLas mediciones han terminado!')
88         break
89
90 except KeyboardInterrupt:
91     print(" Cancelado por el usuario.")
92     break

```

A.1.2. Script para graficar los mínimos de S_{11}

```

1  import pandas as pd
2  import matplotlib.pyplot as plt
3  import numpy as np
4
5  # Leer el archivo
6  # El archivo 12 es el que ha salido mejor
7  df = pd.read_csv("resumen_minimos_S11_pert_1.csv")

```

```

8
9 # Agrupar por posición y calcular frecuencia promedio
10 resumen = df.groupby("Posicion").agg({
11     "Frecuencia_Hz": "mean"
12 }).reset_index()
13 print(resumen)
14
15 # Calcular f0 con las primeras posiciones
16 #f0 = df.loc[df["Posicion"] == 1, "Frecuencia_Hz"].max()
17 #f0 = 2997980000.00
18 f0 = resumen["Frecuencia_Hz"].max()
19
20
21 print(f"f estimado: {f0:.2f} Hz")
22
23 # Filtrar solo donde f < f0
24 resumen = resumen[resumen["Frecuencia_Hz"] < f0].copy()
25
26 # Calcular campo eléctrico normalizado
27 resumen["E_z_norm"] = np.sqrt((f0 - resumen["Frecuencia_Hz"]) / f0)
28 #resumen["E_z_norm"] = ((f0 - resumen["Frecuencia_Hz"]) / f0)
29
30 # Graficar
31 plt.figure(figsize=(10, 6))
32 plt.plot(resumen["Posicion"], resumen["E_z_norm"], color='blue', linestyle='-',
33         ↵ linewidth=2)
34 plt.xlabel("Posición (número de medición)")
35 plt.ylabel("Campo eléctrico normalizado (|E| ((ff)/f))")
36 plt.title("Perfil estimado del campo eléctrico longitudinal |E(z)|")
37 plt.grid(True)
38 plt.tight_layout()
39 plt.show()

```

A.2. Código en Arduino

A.2.1. Control del motor paso a paso

```

1 #define dirPin 2
2 #define stepPin 3
3 #define enPin 5
4

```

```

5  const int totalMediciones = 450;
6  const int pasosPorMedicion = 1;
7  const int delayEntrePasos = 500; // microsegundos
8  const float avancePorPaso = 0.01885;
9  float distanciaTotal = 0.0;
10
11 void setup() {
12     Serial.begin(115200);
13     pinMode(dirPin, OUTPUT);
14     pinMode(stepPin, OUTPUT);
15     pinMode(enPin, OUTPUT);
16
17     digitalWrite(dirPin, LOW); // Dirección establecida
18     digitalWrite(enPin, HIGH); // Desenergizar al inicio
19     digitalWrite(stepPin, LOW); // Asegura nivel bajo inicial
20
21     Serial.println("Iniciando mediciones automáticas...");
22
23     for (int i = 0; i < totalMediciones; i++) {
24         // Energizar el motor antes de moverse
25         delay(100); // Espera a que se estabilice
26         digitalWrite(enPin, LOW);
27
28
29         // Ejecutar pasos
30         for (int j = 0; j < pasosPorMedicion; j++) {
31             digitalWrite(stepPin, HIGH); // Pulso de subida
32             delayMicroseconds(delayEntrePasos); // Duración del pulso
33             digitalWrite(stepPin, LOW); // Baja el pulso
34             delayMicroseconds(delayEntrePasos); // Intervalo antes del siguiente
35
36         }
37         delay(100); // Espera a que se estabilice
38         digitalWrite(enPin, HIGH); // Desenergiza el motor
39
40
41
42         // Actualiza distancia
43         distanciaTotal += pasosPorMedicion * avancePorPaso;
44
45         Serial.println("ready");
46

```

```
47     // Esperar respuesta de Python
48     while (!Serial.available());
49     String respuesta = Serial.readStringUntil('\n');
50
51     if (respuesta != "ok") {
52         Serial.println(" Esperando respuesta válida...");
53     }
54 }
55
56 Serial.println(" Mediciones completas.");
57 }
58
59 void loop() {
60     // Nada
61 }
```

Apéndice B

Configuración del analizador de redes vectoriales

En este apéndice se describe el procedimiento utilizado para configurar el analizador de redes vectoriales FieldFox N9914A durante las mediciones experimentales mediante la técnica *bead pull*. El objetivo de esta guía es documentar de manera clara y reproducible los parámetros empleados en cada sesión de medición.

Selección del modo de operación

Al encender el FieldFox N9914A, el equipo solicita seleccionar entre los modos *CAT*, *NA* o *SA*. Para las mediciones realizadas se seleccionó el modo **NA** (*Network Analyzer*), que habilita las funciones completas de analizador de redes vectoriales.

Selección del parámetro de medición

Una vez en modo NA, se seleccionó la medición del parámetro S_{11} , correspondiente a la reflexión en el puerto de excitación. Este parámetro permite identificar las frecuencias resonantes de la cavidad mediante los mínimos característicos en su respuesta.

Definición del rango de barrido inicial

Para cada medición, el primer paso consistió en establecer un rango de frecuencias lo suficientemente amplio como para visualizar simultáneamente las tres resonancias principa-

les de la cavidad (modos 0, $\pi/2$ y π). Típicamente se utilizaron rangos de **50 a 100 MHz**, dependiendo de la cavidad evaluada.

Ajuste del rango centrado en la resonancia del modo $\pi/2$

Una vez localizada la resonancia del modo $\pi/2$, se definió un segundo barrido más estrecho (**15–25 MHz**) para cubrir únicamente esta resonancia. La ventana se ajustaba de forma que el mínimo quedara ligeramente desplazado hacia la **derecha**, permitiendo capturar su corrimiento hacia frecuencias menores durante la técnica *bead pull*.

Ajustes de escala y amplitud

En el menú **Scale/Amptd**, se aplicaba la función **Autoscale** para centrar visualmente la resonancia. La escala vertical (*dB scale*) se mantenía en su valor predeterminado, pero el **Reference Level** se ajustaba cuando el mínimo de S_{11} descendía fuera de la ventana de visualización, garantizando que el pico permaneciera siempre visible.

El ancho de banda de FI (*IF Bandwidth*) se dejaba en su valor predeterminado de **10 kHz**. Las mediciones no emplearon promediado interno, ya que los promedios necesarios se efectuaron posteriormente durante el posprocesamiento de datos.

Configuración del barrido y resolución

En el menú **Sweep**, la resolución del barrido se aumentaba de **201 points** (valor por defecto) a **801 points**, para obtener una representación detallada de la resonancia sin afectar de manera significativa el tiempo total de medición.

El tipo de barrido se mantenía en el modo **Continuous Sweep**, lo cual permite monitorear en tiempo real la estabilidad de la traza antes y durante el movimiento del bead.

Configuración de marcadores

En el menú **Marker**, se activaba la opción **Marker Search Tracking (ON)**, permitiendo que el marcador se actualizara automáticamente en cada barrido. La búsqueda se configuraba para detectar **Minimum** en lugar de **Peak**, de modo que el marcador se fijara sobre el mínimo de la resonancia y permitiera seguir su desplazamiento a lo largo del recorrido del bead.

El resto de los parámetros de marcadores se mantuvieron en sus valores predeterminados.

Potencia de salida y formato del parámetro

La potencia del VNA se dejaba en su valor predeterminado:

Output Power: -15 dBm (modo MAN)

Este nivel de potencia es adecuado para excitar la cavidad sin riesgo de efectos no lineales ni calentamiento indebido.

El formato del parámetro S_{11} se mantuvo siempre en **LogMag**, valor configurado por defecto y apropiado para la identificación visual de mínimos profundos.

Configuración del trigger

No se realizaron modificaciones en la configuración del **Trigger**, ya que la adquisición de datos se realizaba mediante comandos SCPI enviados desde Python usando PyVISA. El modo predeterminado del VNA proporcionaba un comportamiento estable para la sincronización con el sistema de medición automático.

Otras configuraciones relevantes

El VNA incluye opciones adicionales como *Smoothing*, *Electrical Delay*, y diversos formatos de visualización. En este trabajo:

- **Smoothing: Off** (valor por defecto).
- **Electrical Delay: no utilizado.** El cable coaxial empleado era suficientemente corto para no requerir compensación.
- No se emplearon otros formatos alternativos de S_{11} (por ejemplo: fase, SWR o magnitud lineal).

En conjunto, estas configuraciones garantizan una adquisición consistente y reproducible en todas las posiciones del bead.

Conexión con la computadora

Finalmente, para establecer la comunicación con la computadora se accedía a:

System System Configuration More LAN

En esta sección se verificaba la dirección IP asignada al VNA. Una vez conectado mediante cable **Ethernet**, esta dirección se utilizaba en los scripts Python encargados del control del VNA y la adquisición automatizada de datos.

Resumen de parámetros utilizados

La Tabla B.1 resume los valores empleados durante todas las mediciones realizadas en este trabajo.

Parámetro	Valor empleado
Modo de operación	NA
Parámetro medido	S_{11} (LogMag)
Rango inicial	50–100 MHz
Rango refinado	15–25 MHz
Número de puntos	801
Sweeping mode	Continuous
IF Bandwidth	10 kHz
Promediado interno	No
Output power	-15 dBm (Man)
Reference level	Ajustado según necesidad
Autoscale vertical	Sí
Marker search	Tracking ON, Minimum
Trigger	Configuración predeterminada
Smoothing	Off
Electrical delay	No utilizado
Conexión a PC	LAN (IP verificada manualmente)

Tabla B.1: Resumen de parámetros de configuración del VNA utilizados en las mediciones.

Apéndice C

Participaciones académicas

Publicaciones

Revista Mexicana de Física 2025
Study of the Phase Dependency of RF Cavities on Gamma Ray Distribution
Co-autor
DOI: <https://doi.org/10.31349/RevMexFis.71.051203>

Congresos

Universidad Autónoma de Yucatán Mérida, México
16th International Workshop on Breakdown Science and High Gradient Accelerator Technology 2025
Presentación de póster titulado “*Advancements in the rf cavity design and characterization for particle accelerators in México*”.

Sociedad Mexicana de Física Morelia, México
LXVI Congreso Nacional de Física 2023
Presentación de póster titulado “*Estudios Monte Carlo de los efectos del espacio fase de un haz de partículas en la irradiación de tejidos*”.

Cursos y Escuelas Especializadas

U.S. Particle Accelerator School

Nueva Orleans, EUA

Sesión de invierno

2026

Acreditación del curso: *RF Cavity, Component and System for Accelerators.*

U.S. Particle Accelerator School

Hampton, EUA

Sesión de invierno

2024

Acreditación del curso: *Accelerator Physics.*

Receptor de la beca Sekazi K. Mtingwa Scholarship para asistir a esta escuela.

Sociedad Mexicana de Física

Culiacán, México

XVI Escuela de Física Fundamental

2023

Bibliografía

- [1] COMSOL AB, *COMSOL Multiphysics® v6.1 User Guide*, COMSOL AB, Stockholm, Sweden, Mar. 2024, online; accessed March 9, 2025. [Online]. Available: <https://www.comsol.com>
- [2] ———, “Rf module,” <https://www.comsol.com/rf-module>, 2025, accessed: June 8, 2025.
- [3] J. Jimenez and A. Castilla, “Development of an automatic bead-pull system for advanced analysis on crab cavities,” Universidad de Guadalajara and Thomas Jefferson National Accelerator Facility, Internal Report, 2023, unpublished. Available upon request.
- [4] O. Barbalat, “Applications of particle accelerators,” CERN, CERN Report CERN/AC/93-04 (BLIT)/Rev., 1993, prepared for the ICFA Panel on Spin-Off from Particle Physics. [Online]. Available: <https://cds.cern.ch/record/260280/files/P00021907.pdf>
- [5] P. Buaphad *et al.*, “Development of 6 mev european s-band side-coupled industrial electron linac,” in *Proceedings of LINAC2016*, 2016, pp. 703–705.
- [6] CERN, “Radiofrequency cavities,” Sep. 2012, cERN Document Server, published 17 September 2012. [Online]. Available: <https://cds.cern.ch/record/1997424>
- [7] P. Martinez-Reviriego, N. Fuster-Martínez, D. Esperante, M. Boronat, G. B., C. Blanch, D. González-Iglesias, P. Martín-Luna, E. Martínez, A. Menendez, L. Pedraza, J. Fernández, J. Fuster, A. Grudiev, N. Catalan Lasheras, and W. Wuensch, “High-power performance studies of an s-band high-gradient accelerating cavity for medical applications,” *Nuclear Engineering and Technology*, vol. 57, no. 1, p. 103164, 2025.
- [8] CERN, “Introduction to particle accelerators,” n.d., presentation slides, CERN Indico. [Online]. Available: https://indico.cern.ch/event/76283/contributions/1248818/attachments/1052493/1500790/particle_accelerators.pdf

- [9] —, “Cathode ray tube: Quick reference guide,” n.d., educational material, CERN Indico. [Online]. Available: <https://indico.cern.ch/event/36368/contributions/1777448/attachments/723409/992908/cathode-ray-tube-qrg.pdf>
- [10] D. Whittum, “Microwave electron linacs for oncology,” *Reviews of Accelerator Science and Technology*, vol. 02, 04 2012.
- [11] M. Ortiz y Salazar, C. Solís Rosales, and E. Chávez Lomelí, Eds., *Espectrometría de masas con aceleradores: Laboratorio Nacional (LEMA)*. Facultad de Ciencias, 2018.
- [12] J. Ellis, “Physics Beyond the Standard Model,” *Nucl. Phys. A*, vol. 827, pp. 187C–198C, 2009.
- [13] H. Wiedemann, *Particle Accelerator Physics*, 4th ed. Springer, 2015.
- [14] T. P. Wangler, *RF Linear Accelerators*, 2nd ed. Weinheim, Germany: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2008.
- [15] J. Delayen, “Cavity fundamentals,” USPAS Lecture Notes, 2015, online; accessed November 13, 2025. [Online]. Available: https://uspas.fnal.gov/materials/15Rutgers/3_Cavity_Fundamentals.pdf
- [16] G. Montoya Soto, G. Cuna, V. Rubio, C. Valerio-Lizarraga, S. Estrada, D.-G. Carlos, C. Campos, I. Monzón, and J. Cervantes, “Study of the phase dependency of rf cavities on gamma ray distribution,” *Revista Mexicana de Física*, vol. 71, 09 2025.
- [17] A. Aleem, M. A. Khan, R. Khalid, and I. Mahmood, “Radio frequency study of s-band side coupled accelerating structure,” *The Nucleus*, vol. 57, no. 4, pp. 129–134, 2020.
- [18] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, 4th ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2012.
- [19] Wikipedia, “Resonancia,” 2026, accedido el 6 de marzo de 2026. [Online]. Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/Resonancia>
- [20] J. Byrd, G. Huang, T. Luo, S. Milton, and S. Biedron, “Microwave measurements laboratory for accelerators: Lecture material,” U.S. Particle Accelerator School, 2013, online; accessed February 26, 2026. [Online]. Available: <https://uspas.fnal.gov/materials/13CSU/USPASMWLecture.pdf>
- [21] S. Peggs and T. Satogata, *Introduction to Accelerator Dynamics*. Cambridge University Press, 2017, ch. 7.

- [22] J. B. Rosenzweig, *Fundamentals of Beam Physics*. Oxford University Press, 2003, ch. 7.
- [23] J. Delayen, “Accelerator structures ii: Multiple cavity,” USPAS Lecture Notes, 2011, online; accessed November 19, 2025. [Online]. Available: https://uspas.fnal.gov/materials/11ODU/Proton_5.pdf
- [24] Y. Joo, Y. Kim, K. Song, P. Buaphad, S. Cha, and H. Lee, “Rf parameter measurement of 9/6 mev linear accelerator structure with bead-pulling method,” in *Proceedings of IPAC 2017*. Copenhagen, Denmark: Korea Atomic Energy Research Institute (KAERI), 2017, poster THPEA062.
- [25] M. Mayerhofer *et al.*, “Additive manufacturing of side-coupled linac structures from pure copper,” *Instruments*, vol. 7, no. 4, p. 56, 2023.
- [26] “Mg5125 tunable s-band magnetron,” Teledyne e2v UK Limited, Chelmsford, Essex, United Kingdom, Tech. Rep. A1A-MG5125 Version 10, Jun. 2023, datasheet. [Online]. Available: https://www.teledyne-e2v.com/en-us/Solutions_/Documents/datasheets/Magnetron/mg5125.pdf
- [27] W. Weingarten, “Superconducting cavities — basics,” CERN, Geneva, Switzerland, Tech. Rep., 1995. [Online]. Available: <https://cds.cern.ch/record/308015>
- [28] W. Barletta, “Unit 4 – lecture 9: Rf-accelerators: Rf-cavities,” USPAS Course Material. [Online]. Available: <https://uspas.fnal.gov>
- [29] S. V. Kutsaev, N. P. Sobenin, A. Y. Smirnov, D. S. Kamenschikov, M. A. Gusarova, K. I. Nikolskiy, A. A. Zavadtsev, and M. V. Lalayan, “Design of hybrid electron linac with standing wave buncher and traveling wave structure,” *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*, vol. 636, pp. 13–30, 2011.
- [30] Y. Joo, P. Buaphad, S. Cha, Y. Kim, and H. Lee, “Design of 9/6 MeV S-band Electron Linac Structure with 1.5 Bunching Cells,” in *9th International Particle Accelerator Conference*, 6 2018.
- [31] G. R. Montoya Soto, C. Duarte Galvan, I. Leon Monzon, P. Podesta Lerma, and C. A. Valerio-Lizarraga, “Electromagnetic Design of a Radiofrequency Cavity,” *J. Phys. Conf. Ser.*, vol. 912, no. 1, p. 012039, 2017.

[32] J. C. Slater, *Microwave Electronics*, ser. The Bell Telephone Laboratories Series. Princeton, New Jersey: D. Van Nostrand Company, 1950.